

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE
CATALUÑA
(UPC)

Análisis y Diseño basado en Método de elementos Finitos (MEF)

Eugenio Oñate

TUTOR

Daniel Di Capua

TRABAJO FINAL

APLICACIÓN DEL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

ANÁLISIS ESTRUCTURAL

Estudiado por:

RIJO CEDEÑO D. GABRIEL
SC6655767

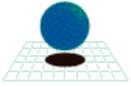


El día 06 de Junio del 2015

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	2
RESUMEN	3
OBJETIVOS	3
DISEÑO Y ANALISIS DE UNA PRESA DE MATERIALES SUELTOS (S-02).....	3
1. Planteamiento del problema	5
1.1. Planteamiento del problema.....	7
1.2. Bases teóricas.....	8
1.3. Pre-proceso	12
1.3.1. Geometría	13
1.3.2. Condiciones de contorno	13
1.3.3. Definición del material	14
1.3.4. Cargas	14
1.3.5. Mallado.....	16
1.1.1 ANALISIS DE CONVERGENCIA	17
1.2 PROCESO	21
1.3 POSTPROCESO	21
1.3.1 ANALISIS BIDIMENSIONAL	21
1.3.2. Análisis Bidimensional – 2D (Deformación plana)	24
1.3.3. Análisis tridimensional – 3D (Sólidos)	27
1-Definición	27
2-Discretización	27
3-Elementos	29
4-Formulación isoparamétrica	32
3.1. Datos del análisis.....	34
5.4. Post-proceso.....	40
5.5. Esfuerzos en elemento de presa	41
5.6. Post-proceso para relación de talud 1:3,5	44
6. Conclusiones.....	46
Practica Numero 2.....	48
2 PROBLEMA 2 (S-24)	48
Resumen.....	49
3.1 Pre-proceso Modelo 2D.....	50
3.1.1 Geometría.....	50

3.3.1	Geometría.....	65
	3.4 Análisis de Convergencia-3D Solo Peso Propio	70
3.5	Análisis de Convergencia-3D Solo Peso Propio+ Carga Hidrostática	76
3.6	Conclusiones.....	78
	Conclusiones Generales.....	78



INTRODUCCIÓN

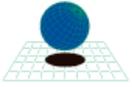
El método de los elementos finitos (MEF en castellano o FEM en inglés) es un método numérico general para la aproximación de soluciones de ecuaciones diferenciales parciales muy utilizado en diversos problemas de ingeniería y física.

El MEF está pensado para ser usado en computadoras y permite resolver ecuaciones diferenciales asociadas a un problema físico sobre geometrías complicadas. El MEF se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos. La variedad de problemas a los que puede aplicarse ha crecido enormemente, siendo el requisito básico que las ecuaciones constitutivas y ecuaciones de evolución temporal del problema a considerar sean conocidas de antemano.

Existen gran diversidad de metodologías para el análisis y diseño de estructuras, estas van desde métodos experimentales y estadísticos hasta métodos simplificados o analíticos. En el área de estructuras en la rama de las ingenierías que en la actualidad se encuentran en un cambio y crecimiento constante.

Los Métodos de Elementos Finitos (de aquí en adelante *MEF*), es una de estas importantes metodologías, la cual permite simular con alto grado de precisión el comportamiento de las estructuras sometidas a cargas de diseño, dándonos a conocer desplazamientos, esfuerzos y deformaciones en el interior de los elementos estructurales.

Los *Métodos de Elementos Finitos* MEF, con las nuevas ayudas de las tecnologías en la actualidad, se unen para crear gran variedad de software de análisis estructural, y esto se convierte en una valiosa herramienta de fácil aplicación que permite recrear casi cualquier tipo de estructura aplicada para el uso civil.



RESUMEN

Los elementos finitos al análisis de estructuras en las que se cumplen las hipótesis de la elasticidad bidimensional y tridimensional. La mayor parte de los conceptos que aparecen serán utilizados en el transcurso del trabajo, cuando tratamos problemas de estructuras en dos, e incluso en tres dimensiones. Por consiguiente, puede considerarse, en gran parte, como introductorio a la metodología general de aplicación del método de los elementos finitos a estructuras bi y tridimensionales.

Cuando tratamos de hacer un cálculo de estructuras podemos emplear variedades de conocimientos que posiblemente lleguen a un mismo resultado, en este curso hemos tratado de emplear conocimientos adquirido mediante el cálculo de elementos finitos, ya que esta tiene en nada poderosos métodos de cálculo estructural nuevos y modernos.

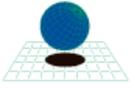
OBJETIVOS

En este documento que se extiende a continuación se realizara un análisis estructural de dos problemas diferentes aplicando para ello el MEF. Tiene como objetivo principal el desarrollar los conocimientos adquiridos sobre la aplicación de herramientas de diseño basadas en la utilización de MEF.

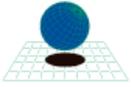
Los problemas a resolver son el de una presa homogénea de materiales sueltos de 60 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 6 m. con las restricciones geométricas que se indican en el (enunciado S-02) y el de una presa homogénea de materiales sueltos de 80m de altura (enunciado S-24). Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

DISEÑO Y ANALISIS DE UNA PRESA DE MATERIALES SUELTOS (S-02)

Este problema trata en analizar que carga máxima uniforme se le puede aplicar a la presa homogénea de materiales suelto este es el objetivo del cálculo (la presa será



descrita más adelante en el enunciado) para que dicha presa no se superen unos valores



máximos de tensiones a compresión y a tracción.

Dichas tensiones máximas que no se pueden superar son de 1 MPa a tracción y de 1 MPa a compresión y en la otra presa que sería la practica 2 las tensiones máximas que no se pueden superar son de 1.5 MPa a tracción y de 1.5 MPa a compresión. Se analizara el estado tensional de la presa cuando en ella solo actúa el peso propio y cuando en ella actúan el peso propio y la carga uniformemente repartida hasta la altura 58 donde es la altura del agua.

1. Planteamiento del problema

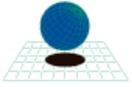
La metodología de los elementos finitos permite abordar de varias maneras los problemas de estructuras, aunque los resultados finales deberán de ser parecidos planteando el problema de la manera que se plantee.

En el caso del análisis y diseño de la presa homogénea de materiales suelto es claro que se escoja los análisis de esta mediante las teorías de solidos 3D existentes, ya que se cumplen en ella las condiciones para las que se puede aplicar dicha teoría.

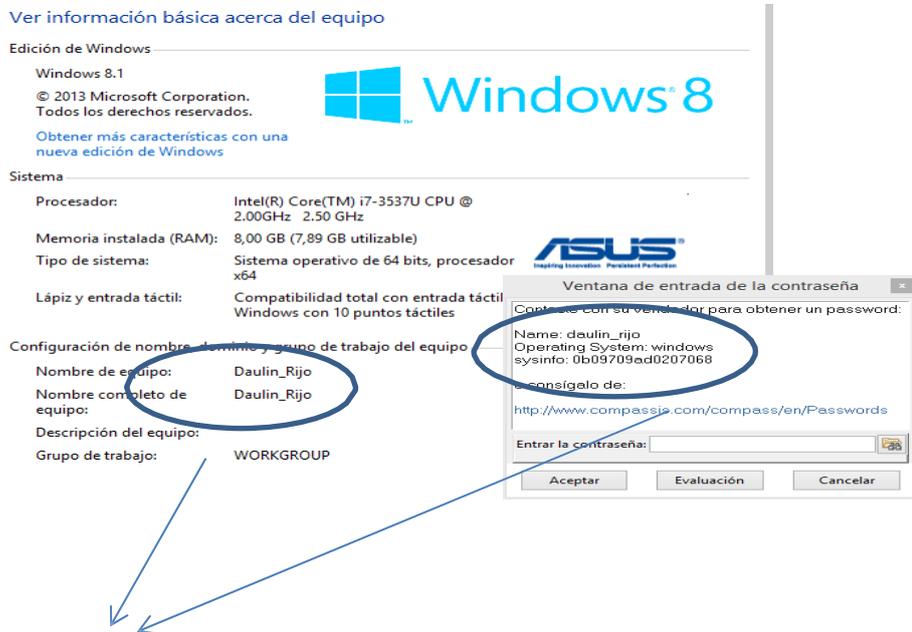
Por una parte, la teoría de solido 3D está asociada al análisis de geometrías de sólidos paralelepípedos en los que una de sus dimensiones es mucho más pequeña (espesor) que las otras dos. Por otra parte, es aplicable en aquellas geometrías donde se ejerce un “estado de tensiones y deformaciones”, definido este como el estado de cargas que únicamente actúan como fuerzas normales al plano posterior de la presa donde se ejerce mayor fuerza y momentos cuyos ejes están contenidos en dicho plano. Como podremos observar a continuación, esta es la teoría que se le toma a la presa y acorde al análisis y diseño del problema.

2. DESCRIPCIÓN GENERAL

En el análisis y el cálculo de problemas reales de estructuras por ordenador, esta intrínsecamente ligado a la calidad con que el programa arroja los datos, y este a su vez a la potencia o capacidad del ordenador usado. De forma general se han descrito las



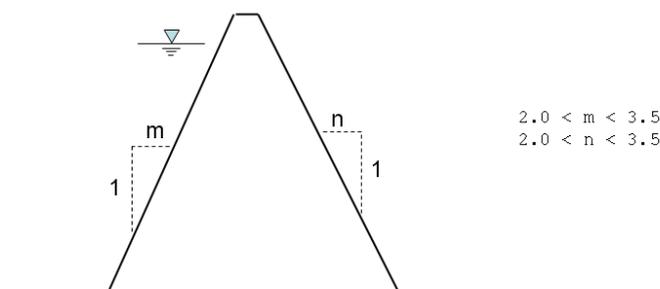
características más básicas del ordenador que voy a usar para el desarrollo de los dos casos que voy a analizar.



Complemento del problema, aquí están los detalles del programa utilizado y del nombre del equipo que se va a utilizar, se usaran el ramseries professional para preproceso y el postproceso de cada caso en particular.

3. DISEÑO Y ANALISIS DE PRESA DE MATERIALES SUELTOS (S-02)

El diseño y análisis de la presa se realizara partiendo de unas condiciones dadas. La altura total de la presa será de 60m y la anchura en coronación de 6m. El diseño y análisis de la presa se centrara en dimensionar la pendiente del talud a cada lado de esta (se puede observar en la **figura1**) teniendo en cuenta como restricción que no se puede superar el límite de 1 MPa de tensión a tracción en ningún punto de la presa.



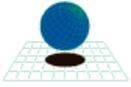


Figura 1 Relación de taludes

M y n son los parámetros que definen la pendiente del talud y deben de estar entre 2 y 3,5 m.

1. PLanteamiento del problema

Como mencionamos en el problema anterior, la resolución del problema se puede realizar aplicando varias metodologías del MEF, aunque el análisis y conclusión final al que nos lleve cualquiera de las metodologías que se planteen debería ser la misma.

Este tipo de presas de materiales sueltos se pueden afrontar mediante diferentes teorías del MEF. Una de ellas es el análisis en teoría de deformación plana y otra el análisis en teoría de sólidos 3D. El enunciado del problema (enunciado S-06) nos indica que se realice un análisis y diseño en 2D (en teoría de deformación plana) y posteriormente que se verifique dicho diseño en teoría de sólidos 3D, y que la presa cumpla la restricción indicada en el apartado anterior.

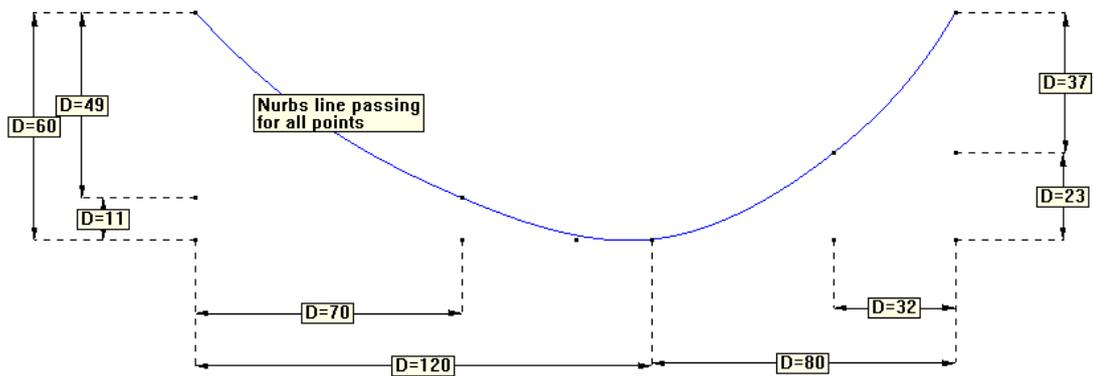
El enunciado proporciona los datos a tener en cuenta en el problema, que son los siguientes:

- El peso específico del terreno y material de construcción: 20000 N/m^3
- El módulo de elasticidad del material de construcción: 9900 kN/m^2
- El módulo de Poisson del material de construcción: $0,285$
- La base de la presa esta empotrada en el terreno
- Terreno de cimentación homogéneo:

Módulo de elasticidad:	35 GN/m^2
Coefficiente de Poisson:	$0,30$
- Cargas que actúan: peso propio
- Peso propio + empuje hidrostático

en la siguiente Figura 2 se describe a

continuación la presa gráficamente:



La sección de terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 400 metros.

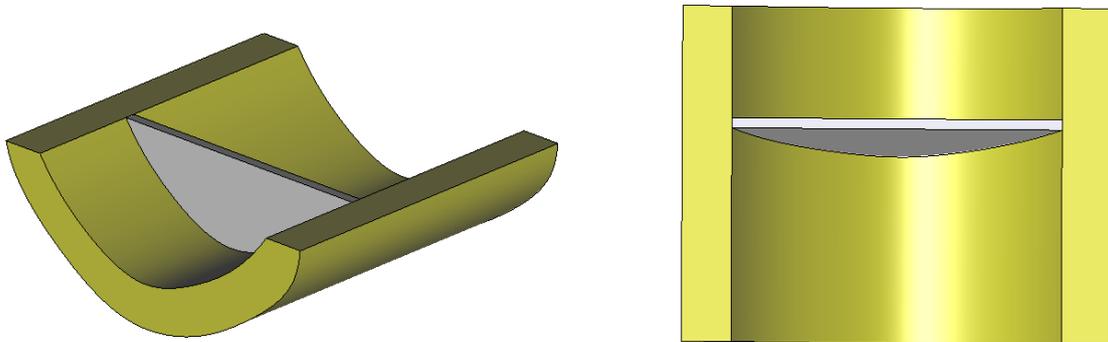


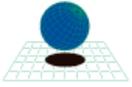
Figura 2 Descripción grafica del problema

Por lo tanto en el presente trabajo contendrá dos partes. La primera de ella contendrá el análisis y dimensionamiento de la presa en teoría bidimensional de deformación plana, y la segunda contendrá la modelización de la presa en teoría de sólido 3D para corroborar y comparar los resultados obtenidos en el anterior.

2. Bases teóricas

La base teórica implementada en el presente problema es la teoría de deformación plana.

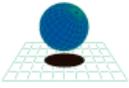
Esta teoría se aplica cuando una de las dimensiones del elemento a analizar (la longitud) es mucho mayor que las otras dos y sobre el elemento actúan únicamente cargas uniformemente distribuidas a lo largo de su longitud actuando en planos ortogonales al



eje que une los centros de gravedad de sus distintas secciones transversales. Ejemplos de aplicación de esta teoría son: muros de contención, presas de gravedad, tuberías bajo presión interior, túneles,...

Por lo tanto en esta teoría no están permitidas las deformaciones en la dirección del eje z (dirección de la longitud del elemento) y la matriz de deformación se ve reducida:

$$\begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yx} \end{bmatrix} \quad | \quad \begin{bmatrix} \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yy} \end{bmatrix} \quad \epsilon_{xy} = \epsilon_{yx}$$



Campo de movimientos

Se supone que las secciones perpendiculares al eje primario Z se deforman en su plano y de manera idéntica, por lo tanto el vector de desplazamientos queda así:

$$\mathbf{u}(x, y) = \begin{Bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{Bmatrix}$$

Donde $u(x,y)$ y $v(x,y)$ son los desplazamientos de un punto en las direcciones X e Y respectivamente.

Campo de deformaciones

Del campo de desplazamientos se deducen las deformaciones utilizando la teoría clásica de la elasticidad.

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad \gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$$

En deformación plana se hace la hipótesis de que ε_z es nula. Al contrario, en tensión plana la deformación ε_z no es nula, pero sí que lo es la tensión en esa dirección $\sigma_z=0$.

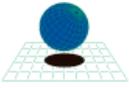
Por lo tanto el vector que define las deformaciones queda así:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T$$

Campo de tensiones

Las tensiones tangenciales τ_{xz} y τ_{yz} son nulas y la tensión σ_z no trabaja, por tanto el vector de tensiones queda así:

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$$



Ecuación constitutiva

La ecuación constitutiva es la que relaciona las tensiones y las deformaciones mediante

$$\sigma = \mathbf{D}\epsilon$$

la matriz constitutiva \mathbf{D} .

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & 0 \\ d_{21} & d_{22} & 0 \\ 0 & 0 & d_{33} \end{bmatrix}$$

Para la deformación plana ($\epsilon_z=0$) los términos de la matriz constitutiva se expresa mediante las siguientes expresiones.

$$d_{11} = d_{22} = \frac{E(1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$d_{12} = d_{21} = d_{11} \frac{\nu}{1 - \nu}$$

$$d_{33} = \frac{E}{2(1 + \nu)} = G$$

El caso general con tensiones y deformaciones iniciales se escribe así:

$$\sigma = \mathbf{D} (\epsilon - \epsilon^0) + \sigma^0$$

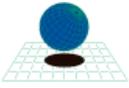
Donde ϵ^0 que son los efectos térmicos se expresa así para deformación plana:

$$\epsilon^0 = (1 + \nu) \begin{Bmatrix} \alpha \Delta T \\ \alpha \Delta T \\ 0 \end{Bmatrix}$$

Principio de los trabajos virtuales (PTV)

El principio de los trabajos virtuales para problemas de deformación plana se explica en dos partes. La primera parte de ellas (a un lado de la igualdad) representa el trabajo que realizan las tensiones σ_x y σ_y sobre las deformaciones virtuales “ $\delta\epsilon_x$ y $\delta\epsilon_y$ ” La segunda parte la representan el trabajo de las fuerzas repartidas por unidad de volumen “ b_x y b_y ”, las fuerzas repartidas sobre el contorno “ t_x y t_y ”, y de las fuerzas puntuales “ U_i y V_i ” sobre los desplazamientos virtuales “ δu y δv ”.

$$\int \int_A \delta \epsilon^T \sigma \, t dA = \int \int_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} \, t dA + \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} \, t ds + \sum_i \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{q}_i$$



$$\begin{aligned}\delta \boldsymbol{\varepsilon} &= [\delta \varepsilon_x, \delta \varepsilon_y, \delta \gamma_{xy}]^T & ; & \quad \delta \mathbf{u} = [\delta u, \delta v]^T \\ \mathbf{b} &= [b_x, b_y]^T & ; & \quad \mathbf{t} = [t_x, t_y]^T \\ \delta \mathbf{u}_i &= [\delta u_i, \delta v_i]^T & ; & \quad \mathbf{q}_i = [U_i, V_i]^T\end{aligned}$$

3. Pre-proceso

3.1. Datos del análisis

El programa que se utilizara para realizar el cálculo será el “Ramseries profesional”. Inicialmente se debe de definir el tipo de problema a resolver. En este caso como se trata de un problema deformación plana se especifica: el tipo de simulación, dimensión de simulación, tipo de análisis, y tipo de elementos para el análisis entre otros:

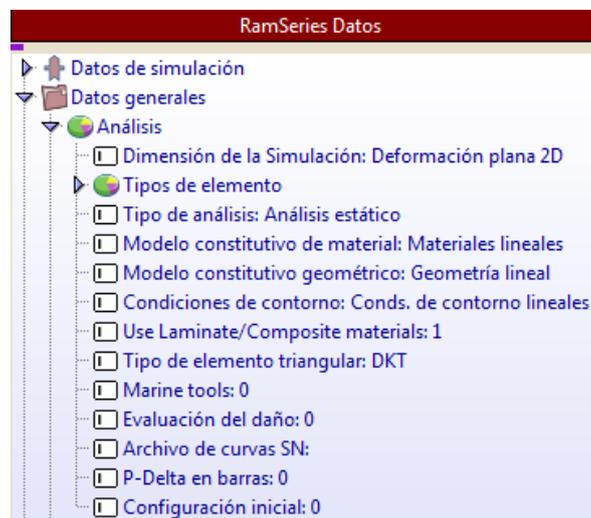


Figura 3 Datos de análisis asignados

3.2. Geometría

Se define la geometría para una sección transversal de la presa que será cargada con presión hidrostática. Se ha escogido la sección de presa que más altura tiene (60m) con el objetivo de realizar primero el análisis de convergencia que nos de cómo resultado el tipo de malla y tamaño de refinamiento que debemos utilizar.

Se introduce la geometría en el pre-procesador del programa “Ramseries” utilizando las herramientas de dibujo. Al ser la sección transversal de la presa y analizarlo en teoría de deformación plana se dibujara en el plano X-Y teniendo como dirección Z la de la dirección prismática de la presa.

Se han utilizado capas para diferenciar los materiales granulares homogéneos de la presa de los materiales del terreno. Se ha partido con una condición inicial de la relación de taludes 1:2 a cada lado, ya que es la presa de menor peso que se puede crear.

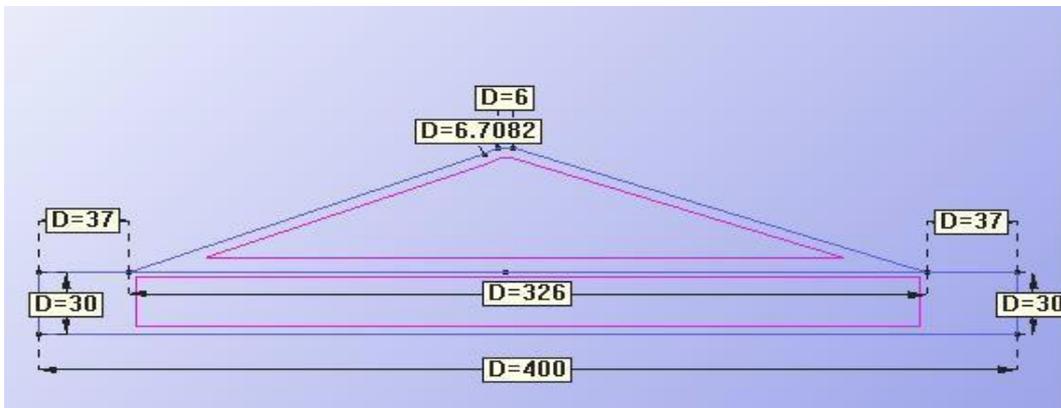


Figura 4 Geometría inicial del modelo de presa para relación de taludes 1:2

3.3. Condiciones de contorno

Se aplican las condiciones de contorno partiendo de la problemática de la presa (las especificadas en el enunciado). Se asigna las restricciones de empotramiento: en la base del terreno restricciones en dirección X-Y y restricciones en dirección X en los laterales del terreno.

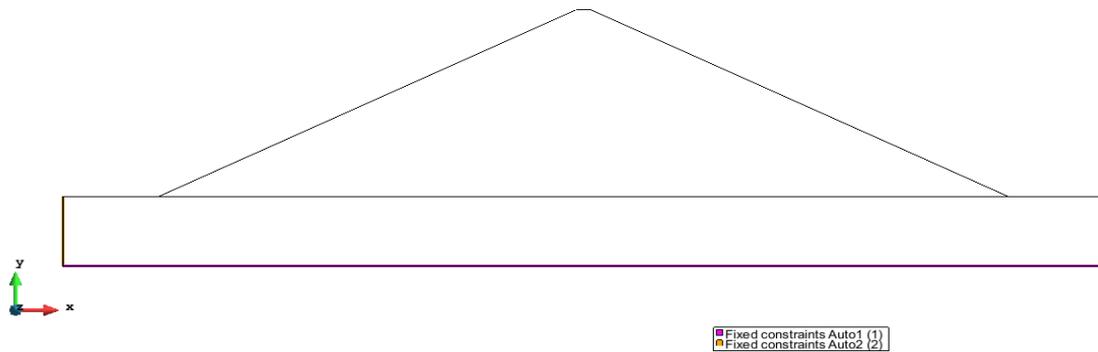
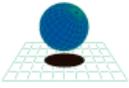


Figura 5 Condiciones de contorno impuestas

3.4. Definición del material

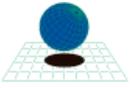
Se definen los materiales de la presa y del terreno atendiendo a los valores dados en el enunciado y se introducen en el programa “Ramseries”. Se denomina el material de la presa como Shell Auto 1 y el material del terreno como Shell Auto 2. estas se indican en la siguiente figura:



Figura 6 Propiedades de los materiales asignados

3.5. Cargas

El problema planteado hay que analizarlo paralelamente proponiendo dos combinaciones de cargas: combinación de cargas 1 que incluya el peso propio y combinación de cargas 2 que incluya el peso propio y la carga de empuje hidrostático.



El empuje hidrostático se ha aplicado mediante una carga uniformemente repartida para el fondo de la presa (sobre el terreno) de valor de $9,8 \text{ kN/m}^2 \cdot 58\text{m}$ de altura de agua (teniendo en cuenta que en deformación plana se calcula por unidad de espesor de sección transversal). La carga hidrostática actuante en la presa se ha considerado como carga triangular y en el fondo y en la cota de agua a 58 m de altura.

La verificación final del problema, es decir que no se supere 1MPa de esfuerzo a tracción, se realizara mediante la combinación de acciones 2.

Para el estudio de convergencia se elabora el modelo con las cargas más críticas, las cuales tienen en cuenta el peso propio y el empuje hidrostático:

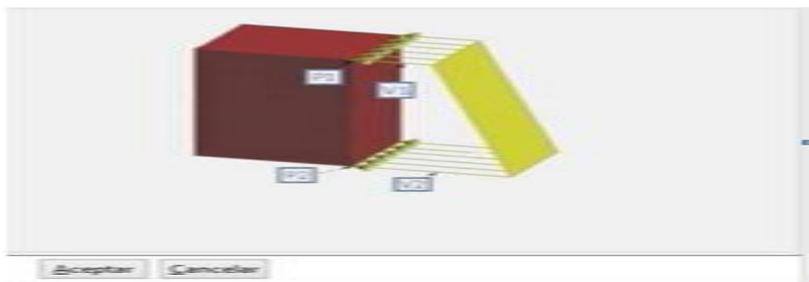


Figura 7 Presión del agua y empuje hidrostático con el peso propio

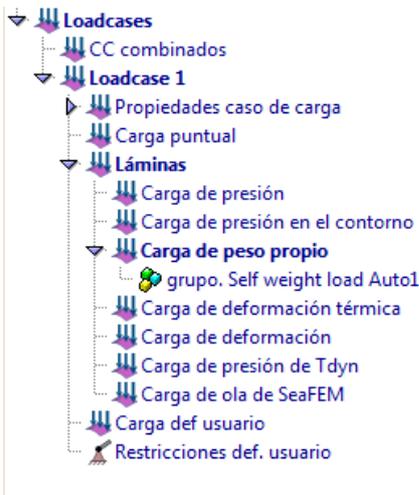


Figura 8 Combinación de cargas 1

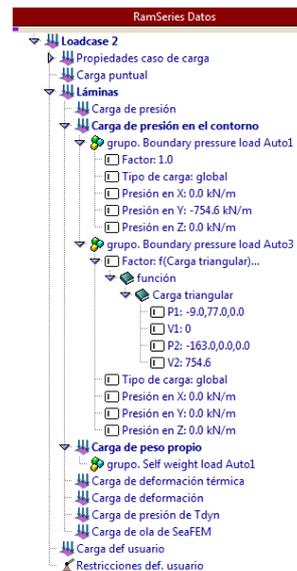


Figura 9 Combinación de cargas 2

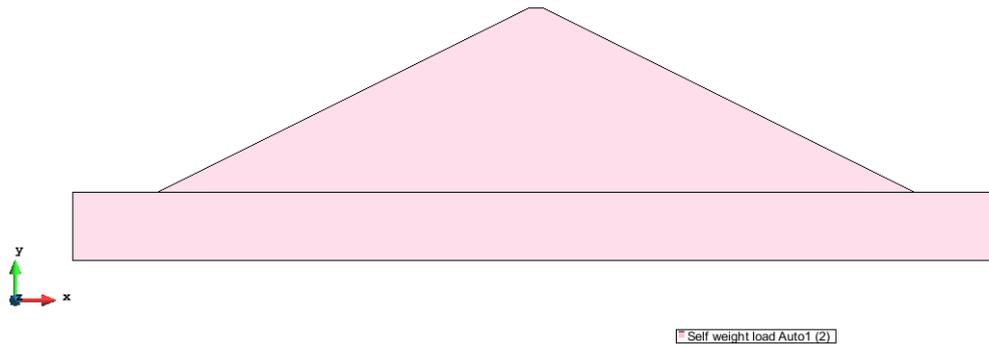
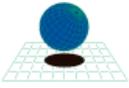


Figura 10 Combinación de cargas 1

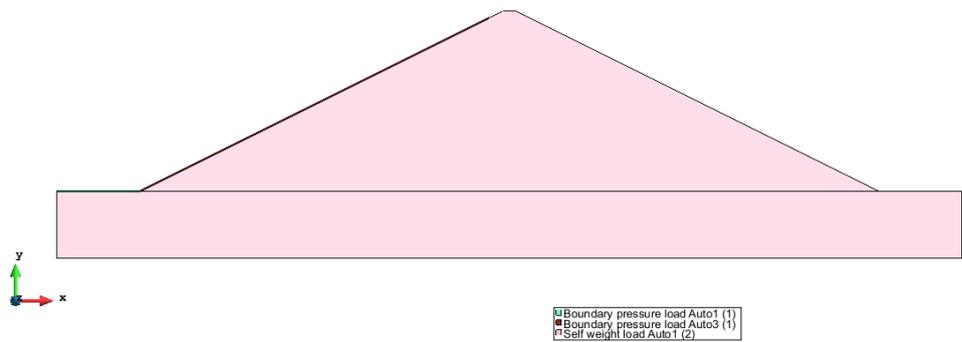


Figura 11 Combinación de cargas 2

3.6. Mallado

A priori se asigna un mallado realizado con elementos Triangulares Lineales (3 nodos por elemento) y refinamiento de 5m. Más adelante en el post-proceso se realiza un análisis de convergencia con diferentes elementos y refinamientos para analizar y concluir eligiendo el mallado y refinamiento más adecuado.

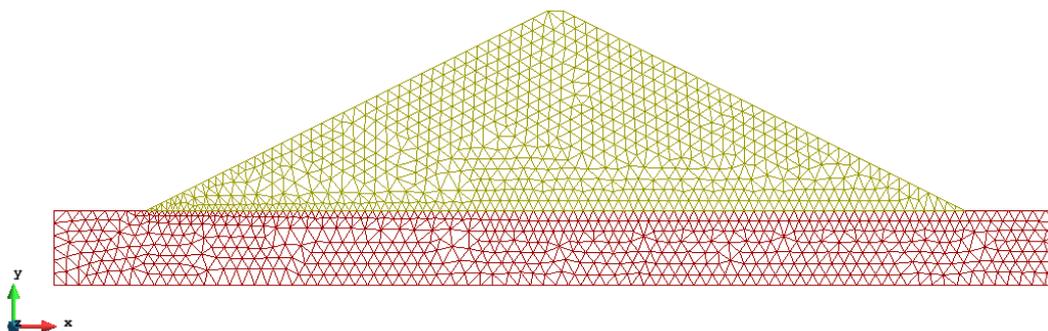
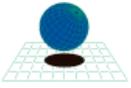


Figura 12 Mallado inicial



1.1.1 ANALISIS DE CONVERGENCIA

De igual forma que el problema inicial, se hace necesario la escogencia de un tipo un tamaño de malla óptima para garantizar buenos resultados. Esto es debido a que en MEF no todos los tipos de malla generan resultados confiables, se busca con el análisis de convergencia la escogencia de una malla óptima donde se visualice la convergencia de los resultados de una manera rápida y homogénea.

Basta con realizar un análisis de convergencia a un punto aleatorio del modelo, el cual presente desplazamientos inducidos por las cargas actuantes, esto es debido a que los demás parámetros como esfuerzos y deformaciones dependen de la solución de la matriz global del sistema, específicamente del vector de desplazamientos, generando menos errores en la solución en los resultados.

Para este caso, se realiza un análisis de convergencia asignando varios tipos de mallas para el total del modelo, se obtienen los desplazamientos del punto P1 con coordenadas (200,90,0) ubicado en la parte superior de la presa y en la mita de la línea de la corona.

En el análisis de convergencia se estudiaron tres tipologías de mallas no estructuradas (ver Figura 13, 14), con variación del tamaño de los elementos, el resultado del proceso se indican a continuación en la tabla 1:

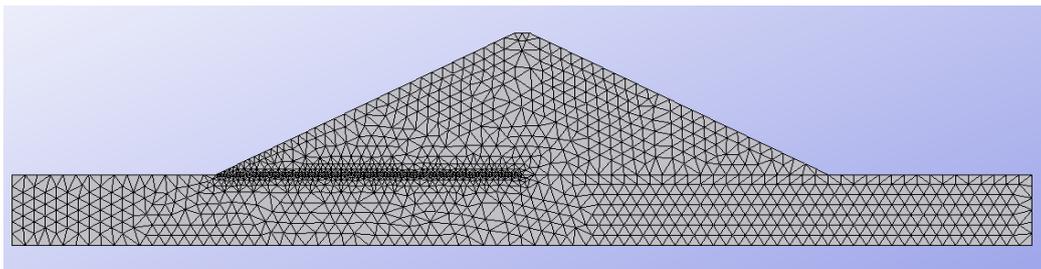


Figura 13. Malla TR 3N

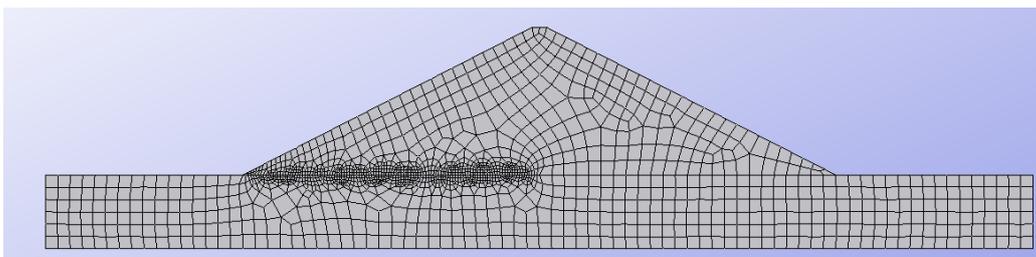
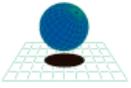


Figura 14. Malla QU 4N



Para obtener unos resultados confiables es necesario escoger un tipo de malla óptima

que nos de unos resultados adecuados, lo más próximos a la realidad. Esto es debido a que en el MEF no todos los tipos de mallas generan resultados confiables. Por ello, en este apartado se realizará el análisis de convergencia de distintas mallas donde se visualice de una manera rápida y homogénea que tipo de malla se acerca a resultados homogéneos.

Se realizará la convergencia del desplazamiento (en el eje Y) de un punto en el modelo que presenta movimiento inducido por las cargas actuantes. Se realiza la convergencia del desplazamiento ya que los demás parámetros como los esfuerzos y deformaciones dependen del vector de desplazamientos. De esta manera generamos menos errores en la obtención de resultados.

En este caso se analizará la combinación de cargas 2, es decir la que incluye la carga hidrostática actuante en la presa y el terreno, para tres tipos de mallas compuestas de diferentes elementos, que serán: malla de elementos triangulares lineales, malla de elementos triangulares cuadráticos y malla de elementos cuadriláteros lineales. Se han analizado las mallas para 4 tamaños de elementos que han sido: 5m, 4m, 3m, 2m y 1m. Todas las mallas han incluido un refinamiento menor en el punto que se espera que se den las tracciones, que es el punto 4.

En las próximas imágenes se pueden observar el aspecto de tres mallas entre todas las analizadas. En la **tabla 1** se recogen los desplazamientos en Y obtenidos para el punto 2 en cada tipo de malla analizada y el número de nodos que se creaban para cada malla. El **grafico 1** representa la convergencia de los datos recogidos en la **tabla 1**.

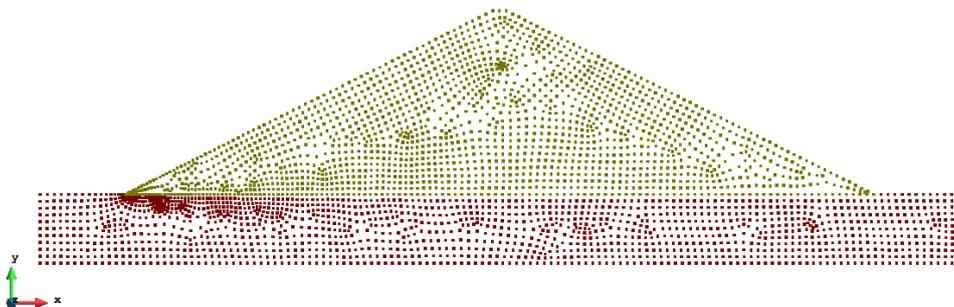


Figura 15 Malla de Cuadriláteros lineales de 3m

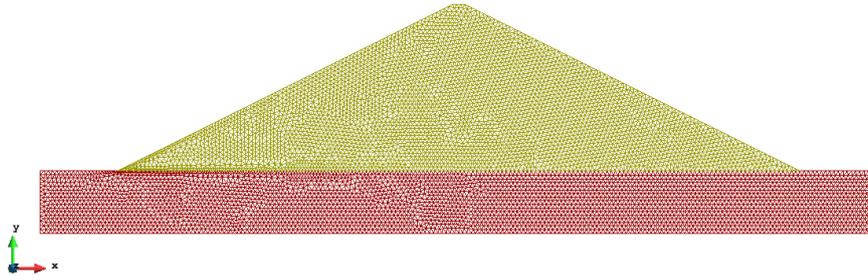
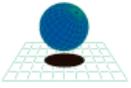


Figura 16 Malla de Triángulos cuadráticos de 2m

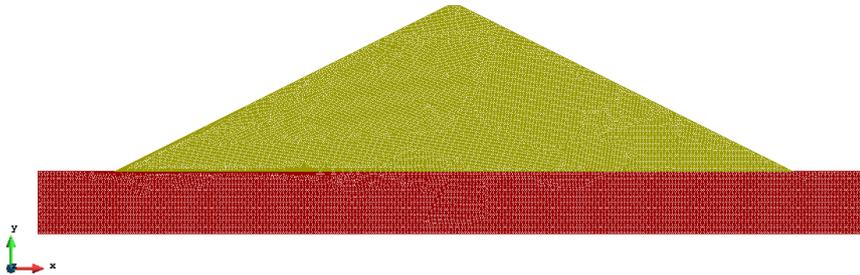
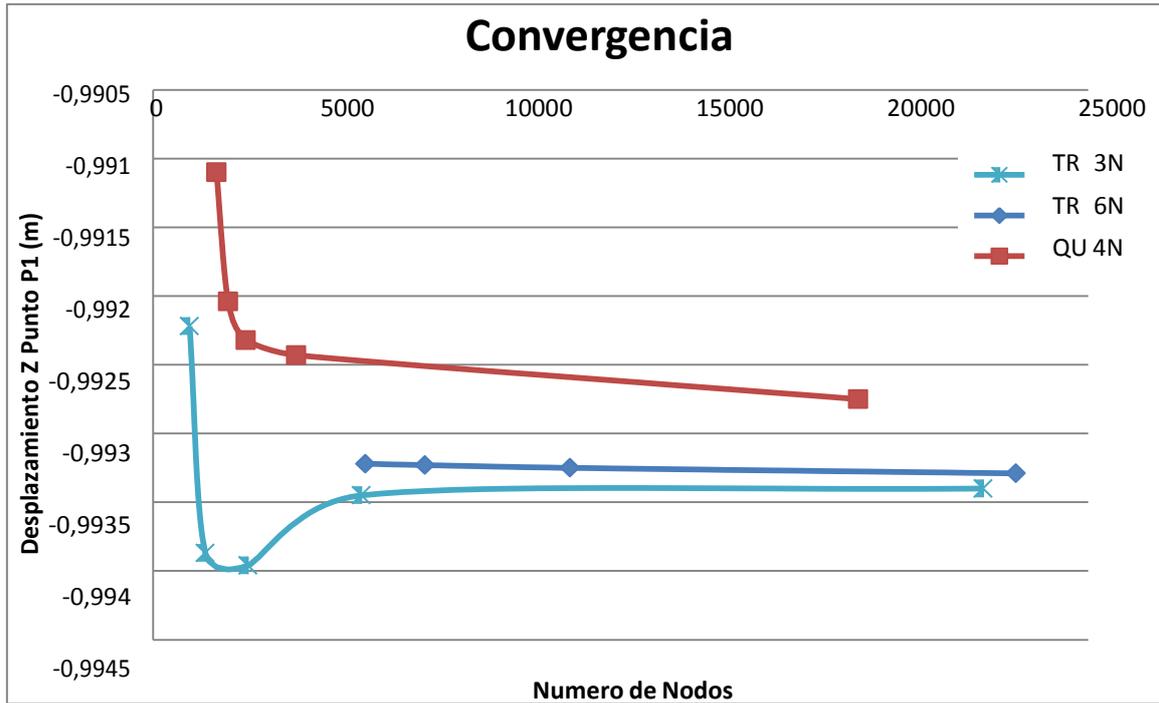
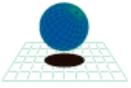


Figura 17 Malla de Triángulos lineales de 1m

Para el estudio de convergencia se elabora el modelo con las cargas más críticas, las cuales tienen en cuenta el peso propio y el empuje hidrostático: creando un punto para saber dónde llegara el agua.

DESPLAZAMIENTO P3 VS NUMERO DE NODOS					
	5m	4m	3m	2m	1m
	ΔZ_a (m) / #Nodos				
TR 3N	-0.9922 977	-0.9939 1399	-0.9940 2542	-0.9935 5566	-0.9934 22189
TR 6N	-0.9932 5681	-0.9932 7273	-0.9933 11147	-0.9933 23070	N/C N/C
QU 4N	-0.9911 1695 2744	-0.99204 2008 3534	-0.99232 2481	-0.99243 3831 3694	-0.99275 18850 18653

Tabla 1. Tabla de resultados de convergencia problema 2



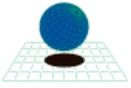


Grafico 1 Grafica de convergencia del problema 1

Se analiza la convergencia de la cual se aprecia que la malla de triángulos de 6N converge rápidamente al valor del desplazamiento en la dirección z del punto P1 y después de varios tamaños de malla, el desplazamiento permanecía constante en las tres primeros decimales, con un valor de -0,9932 por tanto se aprecia este tipo de malla y el tamaño de 2 m, es la más indicada para el dimensionamiento de la presa, de tal forma que se generen resultados confiables.

1.2 PROCESO

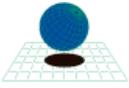
Después de asignación de cada una de las mallas para el análisis de convergencia, se procede al cálculo de cada uno de los desplazamientos dando como resultado los datos de la tabla 1, a esta etapa de estudio se le llama Proceso, esta función la elabora internamente en programa “RamSeries Professional”.

1.3 POSTPROCESO

1.3.1 ANALISIS BIDIMENSIONAL

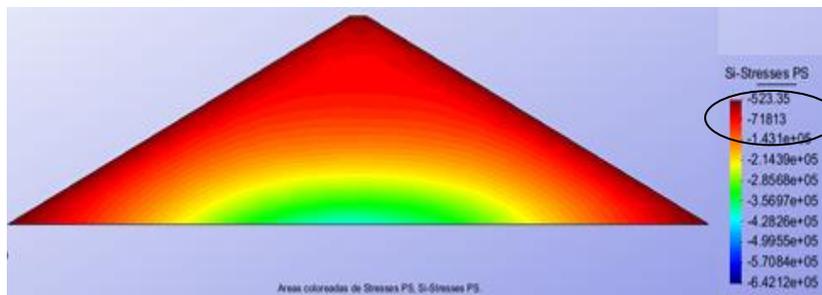
Conociendo el tipo de elemento y refinamiento que debemos utilizar para obtener unos resultados adecuados se procederá al pre-dimensionamiento óptimo de la presa que cumpla los requisitos máximos que en el enunciado se exigían.

Para esto se realiza un análisis tentativo aumentando gradualmente las inclinaciones de los taludes y obteniendo los esfuerzos principales para cada inclinación, se inicia el proceso con un con una relación de talud mínima de 1:2 en ambos lados y será aumentado cada 0.5 unidades hasta encontrar la tracciones óptimas menores a 1MPa, de esta forma con el tipo y tamaño de malla, los resultados de dicho análisis se presentan a continuación:



	Tracciones principales Presa	Tracciones principales Presa
Valores para m y n	Tensión Si (MPa)	Tensión Si (MPa)
2	-523	0.927
2.5	x	1.19
3	x	x
3.5	x	X

Tabla 2. Análisis tentativo de pendiente de taludes óptimos



4. Figura 18 Tensiones principales Si (MPa) de la presa caso (a) solo carga peso propio, y taludes 1:2

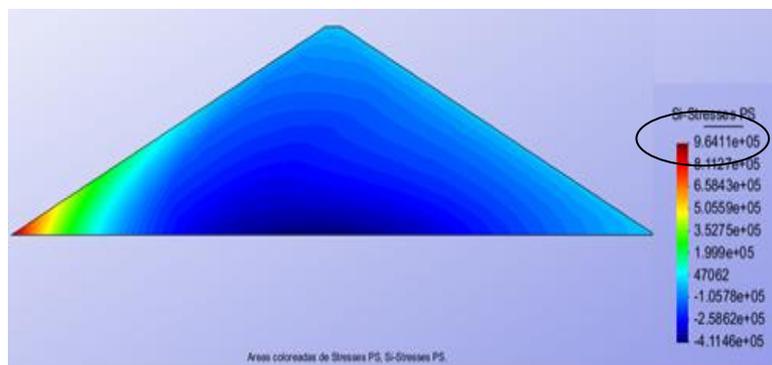
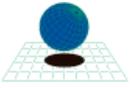


Figura 19. Tensiones principales Si (MPa) de la presa caso (b) con cargas hidrostáticas, y taludes 1:2

Para el caso (a), en el cual se somete la presa, solo a su carga propia, se aprecia que no existen tracciones, toda la presa trabaja a compresión, por tanto la inclinación óptima

Para el dimensionamiento de la presa ante su carga propia, es de una relación Version 1:H2.

Por tanto para el caso (b), donde la presa se ve sometida a cargas hidrostáticas,



más las de su propio peso y el peso del suelo, se aprecia que después de calcular la primera relación mínima de taludes 1:2, las tracciones máximas principales no sobrepasan el 1MPa, se realizó otra prueba tentativa para una relación de 1:2,5 en la cual sobrepaso el valor del esfuerzo de diseño, por tanto se llega a la conclusión que la relación de taludes más óptima para el dimensionamiento de la presa es V1:H2.

Estos resultados se ven ratificados en el diagrama de esfuerzos a compresión de la presa, en los cuales para el caso (a), presenta solo esfuerzos negativos de compresión, tal como lo muestran las **Figura 25 y 26**.

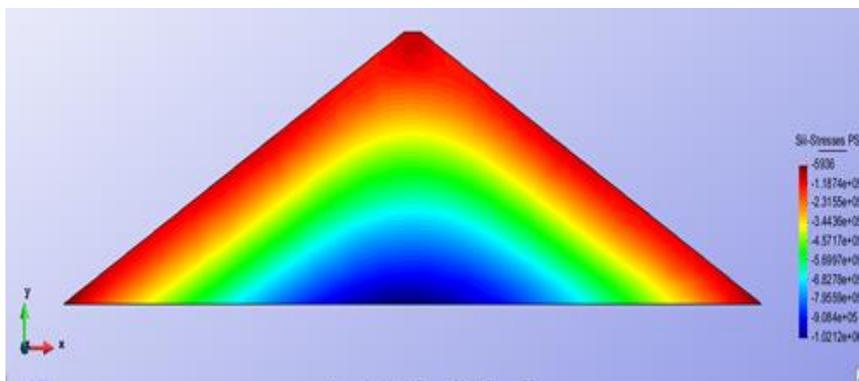


Figura 20 Tensiones principales S_{ii} (MPa) de la presa caso (a) solo carga peso propio, y taludes 1:2

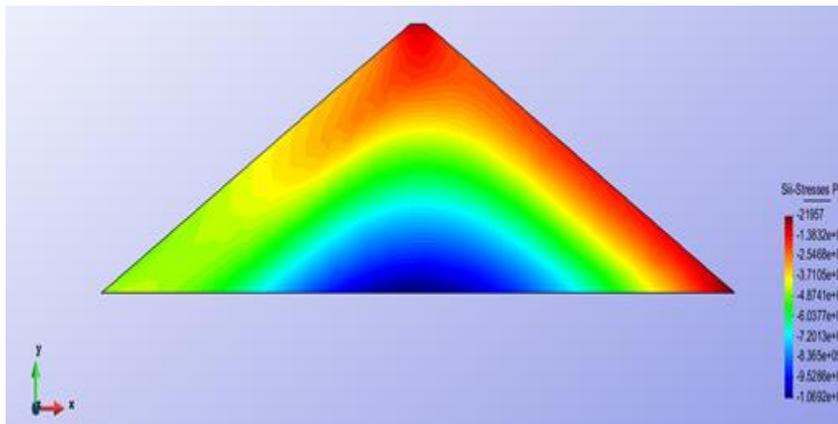
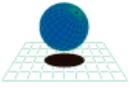


Figura 21. Tensiones principales S_{ii} (MPa) de la presa caso (b) con cargas hidrostáticas, y taludes 1:2



Si analizamos el gráfico de convergencia se aprecia que las diferentes mallas convergen para un el valor de ΔY de $-4,3414m$. La malla de elementos triangulares cuadráticos es la que antes converge en ese valor con un refinamiento de $2m$, mientras que las mallas de elementos triangulares lineales y la de elementos cuadriláteros lineales lo hace para un refinamiento menor de $1m$.

Se decide utilizar la malla de elementos triangulares de $2m$ de refinamiento ya que converge en el valor de convergencia con más celeridad y lo hace para una cantidad de nodos suficiente.

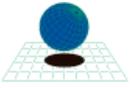
5.2. Análisis Bidimensional – 2D (Deformación plana)

Conociendo el tipo de elemento y refinamiento que debemos utilizar para obtener unos resultados adecuados se procederá al pre-dimensionamiento óptimo de la presa que cumpla los requisitos máximos que en el enunciado se exigían.

Se calcularan los esfuerzos máximos principales de tracción para presas con diferente inclinación del talud y para la combinación de acciones que incluye la carga hidrostática y el peso propio. En la **tabla 3** se pueden observar los resultados de los esfuerzos para cada presa creada. Los valores de “n” y “m” son los que relacionan las diferentes inclinaciones de las presas creadas (en la Figura 1 se puede observar).

Tipo presa	Valores para		Combinacion de cargas 2
	m	n	Tensiones principales max. de Traccion Si (Mpa)
1	2	2	0.056
2	3.5	3.5	0.1295
3	2	3.5	0.1326

Tabla 3 Tensiones principales de tracción Si. Combinación de cargas 2



Como se observa en la **tabla 3** ninguno de las presas creadas supera la restricción de 1MPa a tracción.

La presa queda pre-dimensionada con una relación de inclinación de m y n igual a 2 en cada lado ya que es la presa que menores tracciones ha sufrido y en la que menos material de construcción requiere para realizarla. En las siguientes imágenes se recogen las tensiones que esta presa soporta con la relación de talud 1:2 para la combinación de cargas 1 (únicamente su peso propio) y la combinación de cargas 2 (teniendo en cuenta su propio peso y la carga hidrostática).en el punto seleccionado aquí presente, como también se le harán a los demás ejemplos y para el otro ejercicio.

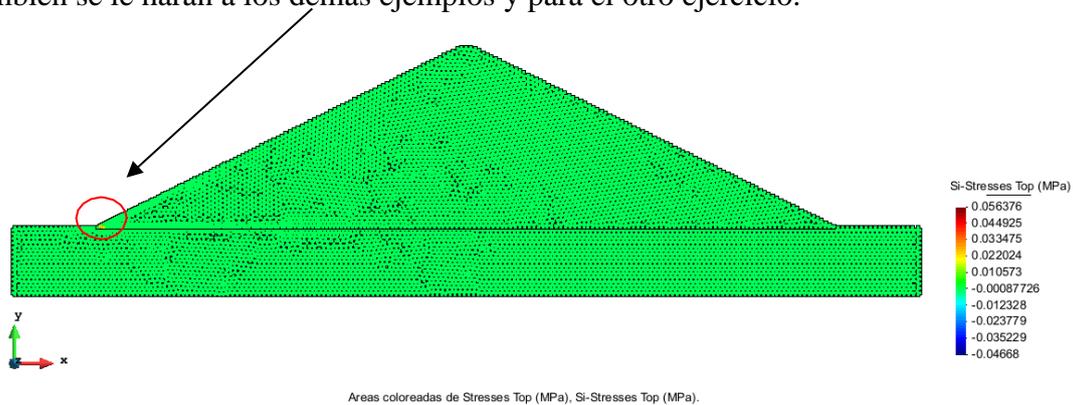


Figura 23 Esfuerzos de tracción Si para la combinación de acciones 2

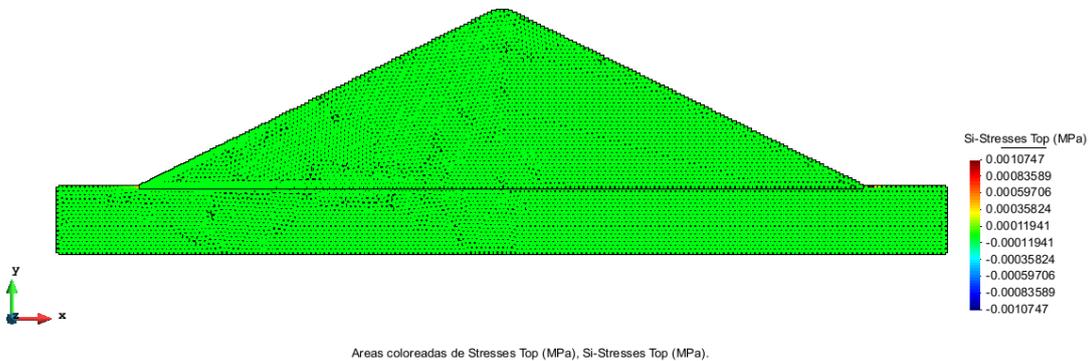


Figura 24 Esfuerzo de tracción Si para la combinación de acciones 1

Se puede apreciar como en el caso de combinación de acciones 2 Figura 23, la que incluye el peso propio y la carga hidrostática, surgen las tracciones máximas en el punto indicado pero estas no superan la restricción de 1 MPa. En el caso de combinación de acciones 1 Figura 24, la que solo incluye el peso propio, apenas hay tracciones en toda la sección de la presa ya que los esfuerzos de tracción, como se puede apreciar, rondan el valor de 0.

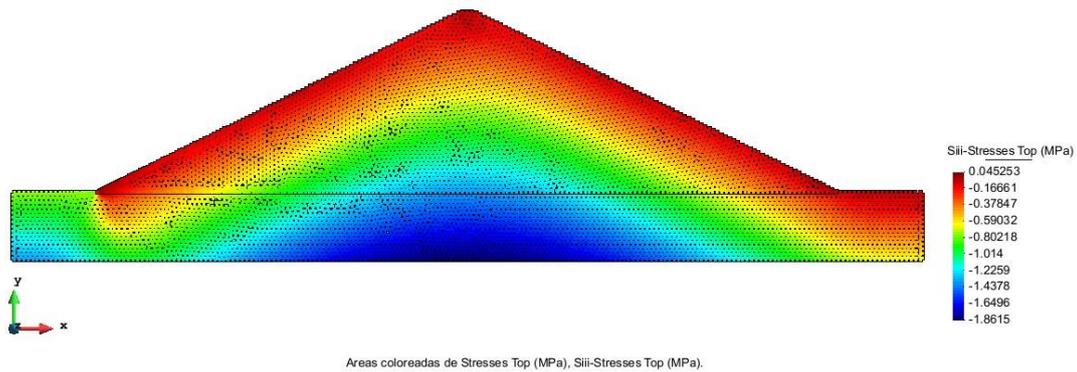
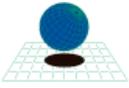


Figura 25 Esfuerzo de compresión Siii para la combinación de acciones 2

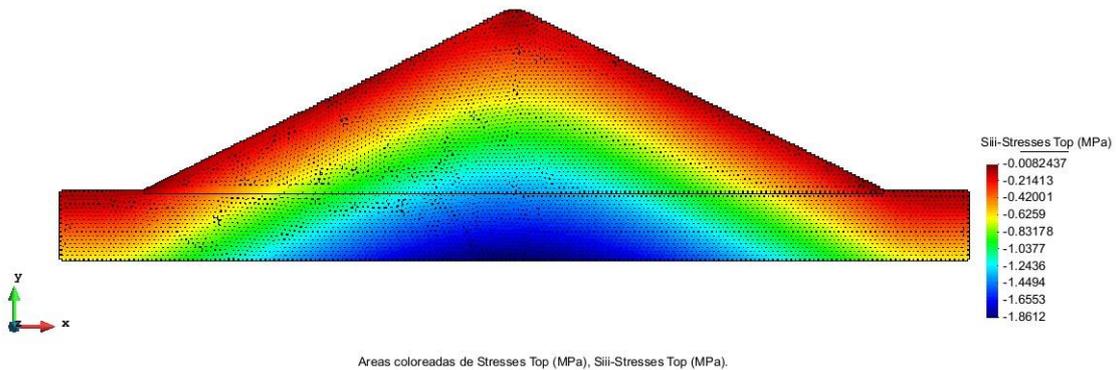
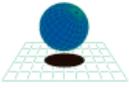


Figura 26 Esfuerzo de compresión para la combinación de acciones 1

En las **imágenes 25** y **26** se observa el esfuerzo de compresión para cada una de las combinaciones de acciones. Se puede observar que para la combinación de acciones 1 el valor del esfuerzo es menor y que este se distribuye simétricamente en la presa mientras que para la combinación de acciones 2 el valor aumenta, a causa de la presión hidrostática, y el mayor esfuerzo se acumula en el lado de la carga hidrostática.

Se puede afirmar que según la teoría de la deformación plana, la preas de materiales sueltos homogéneos con relación de talud 1:2 cumple la restricción de máxima de 1 MPa a tracción.



ANALISIS TRIDIMENSIONAL

Para comparar los resultados obtenidos en la modelación bidimensional, ahora se desarrolla la misma metodología, pero aplicadas a sólidos en 3D:

5.3.Análisis tridimensional – 3D (Sólidos)

En este apartado se pretende verificar los resultados obtenidos mediante el análisis bidimensional pero con un análisis tridimensional. Para ello habrá que realizar un pre-proceso en el cual dibujamos la geometría en 3D y posteriormente asignarle las condiciones de contorno, datos del análisis, cargas y materiales a la presa y al terreno. No se describirán los apartados descritos de pre-proceso como se realizó en el caso anterior para la sección en 2D pero se han realizado siguiendo los mismos pasos. En los siguientes apartados se resumen: Bases teóricas – Teoría de Sólidos Tridimensionales

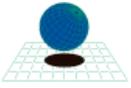
Como comentamos anteriormente, en este problema se implementará a la teoría de las teorías de sólidos bidimensionales ya que comparten con la teoría de sólidos tridimensionales.

1-Definición

Existen muchas estructuras cuyas características geométricas, mecánicas o de cargas no permiten la utilización de modelos de cálculos simplificados, tales como los de sólidos bidimensionales o de revolución, como ejemplo una presa bóveda incluyendo el efecto del terreno o un sólido prismático.

Para hacer un análisis tridimensional: Se discretizan los sólidos utilizando elementos tridimensionales sencillos (tetraedros y prismas) y se modelizan las cargas.

2-Discretización



Campo de desplazamiento

El movimiento de un sólido queda en el espacio queda perfectamente definido por las tres coordenadas del vector de desplazamiento.

$$\mathbf{u} = [u, v, w]^T$$

Donde u,v,w son los tres movimientos de un punto respecto a los ejes cartesianos x,y,z respectivamente.

Campo de deformaciones

El vector de deformación está definido por seis componentes

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \varepsilon_{xy}, \varepsilon_{xz}, \varepsilon_{yz}]^T$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} & \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} & \gamma_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned}$$

Donde $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ son las deformaciones normales y $\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$ son las deformaciones tangenciales

Campo de tensiones

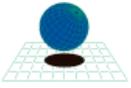
$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yz}]^T$$

Relación tensiones-

deformación Ecuación

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^0) + \boldsymbol{\sigma}^0$$

constitutiva



Siendo **D** la matriz constitutiva

$$D = \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$$

Principio de los trabajos virtuales

La ecuación del PTV se escribe de manera análoga al caso de elasticidad bidimensional, teniendo simplemente en cuenta ahora el carácter tridimensional del análisis

$$\iiint_V \delta \epsilon^T \sigma \, dV = \iiint_V \delta u^T b \, dV + \iint_A \delta u^T t \, dA + \sum_i \delta a_i^T q_i$$

Esto se traduce como el trabajo de las tensiones sobre las deformaciones que producen los desplazamientos virtuales ES IGUAL al trabajo de los desplazamientos virtuales por carga másica + el trabajo de los desplazamientos virtuales por carga de contorno+ los desplazamientos virtuales causados por carga puntual.

3-Elementos

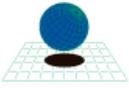
Elemento tetraédrico de 4 nodos:

En coordenadas locales son (1,2,3,4) y en global (i,j,k,l)

Los desplazamiento

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} N_1 u_1 + N_2 u_2 + N_3 u_3 + N_4 u_4 \\ N_1 v_1 + N_2 v_2 + N_3 v_3 + N_4 v_4 \\ N_1 w_1 + N_2 w_2 + N_3 w_3 + N_4 w_4 \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{N}_i \mathbf{a}_i^{(e)}$$

$u = Na^{(e)}$



Las funciones de forma se expresan:

$$N_i = \frac{1}{6V(e)} (a_i + b_i x + c_i y + d_i z)$$

$$a_i = \det \begin{vmatrix} x_j & y_j & z_j \\ x_k & y_k & z_k \\ x_l & y_l & z_l \end{vmatrix}; \quad b_i = -\det \begin{vmatrix} 1 & y_j & z_j \\ 1 & y_k & z_k \\ 1 & y_l & z_l \end{vmatrix}$$

$$c_i = \det \begin{vmatrix} x_j & 1 & z_j \\ x_k & 1 & z_k \\ x_l & 1 & z_l \end{vmatrix}; \quad d_i = -\det \begin{vmatrix} x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \\ x_l & y_l & 1 \end{vmatrix}$$

El campo de deformaciones se escribe

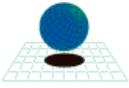
$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n B_i a_i(e) = B a(e)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{bmatrix}$$

para tetraedros:

$$B_i = \frac{1}{6V(e)} \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0 \\ 0 & c_i & 0 \\ 0 & 0 & d_i \\ c_i & b_i & 0 \\ d_i & 0 & b_i \\ 0 & d_i & c_i \end{bmatrix}$$

Matriz de deformación: $B = [B_1, B_2, B_3, \dots, B_n]$
 para tetraedros: $B = [B_1, B_2, B_3, B_4]$



Matriz de Rigidez para elementos sólidos

$$\mathbf{K}^{(e)} \mathbf{a}^{(e)} - \mathbf{f}^{(e)} = \mathbf{q}^{(e)}$$
$$\mathbf{K}^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV$$

$3n \times 3n$ $3n \times 6$ 6×6 $6 \times 3n$

$$\mathbf{K}_{ij}^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j dV$$

3×3 3×6 6×6 6×3

En tetraedros el integrando es constante (si \mathbf{D} es constante)

$$\mathbf{K}_{ij}^{(e)} = \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j V^{(e)}$$

Matriz de rigidez de tetraedro de 4 nodos

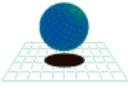
$$\mathbf{K}^{(e)} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11}^{(e)} & \mathbf{K}_{12}^{(e)} & \mathbf{K}_{13}^{(e)} & \mathbf{K}_{14}^{(e)} \\ & \mathbf{K}_{22}^{(e)} & \mathbf{K}_{23}^{(e)} & \mathbf{K}_{24}^{(e)} \\ & & \mathbf{K}_{33}^{(e)} & \mathbf{K}_{34}^{(e)} \\ & & & \mathbf{K}_{44}^{(e)} \end{bmatrix}$$

Vector de fuerzas nodales equivalentes

$$\mathbf{f}^{(e)} = \mathbf{f}_b^{(e)} + \mathbf{f}_t^{(e)} + \mathbf{f}_\varepsilon^{(e)} + \mathbf{f}_\sigma^{(e)}$$

Las coordenadas de volumen de un nodo se definen como el cociente entre el volumen del tetraedro formado por un punto P interior y la cara opuesta al nodo i y el volumen del tetraedro.

Las coordenadas nodales definen el espacio de un tetraedro recto con caras en $\alpha=0$, $\beta=0$, $\gamma=0$ y $1-$



$$\alpha - \beta - \gamma = 0.$$

Las funciones de forma del tetraedro de 4 nodos se expresan en coordenadas naturales como:

$$\begin{aligned} N_1 &= 1 - \alpha - \beta - \gamma \\ N_2 &= \alpha \\ N_3 &= \beta \\ N_4 &= \gamma \end{aligned}$$

Luego siguen el elemento hexaédrico de 8 nodos.

4-Formulación isoparamétrica

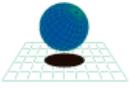
La formulación isoparamétrica permite utilizar elementos tetraédricos y hexaédricos irregulares y con lados curvos. Las coordenadas x,y,z de n punto cualquiera de un elemento de n nodos se expresan en forma isoparamétrica como:

$$\mathbf{x} = \begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \sum_{i=1}^n \mathbf{N}_i \begin{Bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{Bmatrix} = \mathbf{N} \mathbf{x}^{(e)}$$

Donde

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{Bmatrix} = \mathbf{J}^{(e)} \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \mathbf{x}}$$

donde $\mathbf{J}^{(e)}$ es el Jacobiano : $\mathbf{J}^{(e)} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix}$



$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \end{pmatrix} = \mathbf{J}^{(e)} \frac{\partial \mathbf{N}_i}{\partial \mathbf{x}}$$

donde $\mathbf{J}^{(e)}$ es el Jacobiano : $\mathbf{J}^{(e)} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \xi} z_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \eta} z_i \\ \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} x_i & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} y_i & \frac{\partial N_i}{\partial \zeta} z_i \end{bmatrix}$

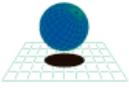
El diferencial de volumen se expresa por:

$$dx dy dz = |\mathbf{J}^{(e)}| d\xi d\eta d\zeta$$

$$\mathbf{B}_i(\xi, \eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \bar{b}_i & 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}_i & 0 \\ 0 & 0 & \bar{d}_i \\ \bar{c}_i & \bar{b}_i & 0 \\ \bar{d}_i & 0 & \bar{b}_i \\ 0 & \bar{d}_i & \bar{c}_i \end{bmatrix}; \quad \begin{pmatrix} b_i \\ c_i \\ d_i \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^3 \begin{pmatrix} \bar{J}_{1k}^{(e)} \\ \bar{J}_{2k}^{(e)} \\ \bar{J}_{3k}^{(e)} \end{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi_k}$$

$$\mathbf{B}_i(\xi, \eta, \zeta) = \begin{bmatrix} \bar{b}_i & 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}_i & 0 \\ 0 & 0 & \bar{d}_i \\ \bar{c}_i & \bar{b}_i & 0 \\ \bar{d}_i & 0 & \bar{b}_i \\ 0 & \bar{d}_i & \bar{c}_i \end{bmatrix}; \quad \begin{pmatrix} b_i \\ c_i \\ d_i \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^3 \begin{pmatrix} \bar{J}_{1k}^{(e)} \\ \bar{J}_{2k}^{(e)} \\ \bar{J}_{3k}^{(e)} \end{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi_k}$$

La matriz de rigidez se escribe



$$K_{ij}^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} \mathbf{B}_i^T \mathbf{D} \mathbf{B}_j dV = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{B}_i^T(\xi, \eta, \zeta) \mathbf{D} \mathbf{B}_j(\xi, \eta, \zeta) |\mathbf{J}^{(e)}| d\xi d\eta d\zeta$$

$$= \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{G}_{ij}(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta$$

Integración numérica

$$\iiint_{V^{(e)}} f(x, y, z) dx dy dz = \sum_{r=1}^{n_r} \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{p=1}^{n_p} W_p W_q W_r g(\xi_p, \eta_q, \zeta_r)$$

$$d = 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Vector de fuerzas nodales equivalentes

$$f_i^{(e)} = \iiint_{V^{(e)}} \mathbf{N}_i^T \mathbf{b} dx dy dz$$

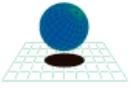
$$= \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \mathbf{N}_i^T \mathbf{b} |\mathbf{J}^{(e)}| d\xi d\eta d\zeta$$

$$= \sum_{p=1}^{n_p} \sum_{q=1}^{n_q} \sum_{r=1}^{n_r} [\mathbf{N}_i^T \mathbf{b} | \mathbf{J}^{(e)} |]_{p, q, r} W_p W_q W_r$$

Pre-proceso

3.1. Datos del análisis

El programa que se utilizara para realizar el cálculo será el “Ramseries” profesional”. Inicialmente se debe de definir el tipo de problema a resolver. En este caso como se trata de un problema de placa se especifica: el tipo de simulación, dimensión de simulación, tipo de análisis, y tipo de elementos para el análisis entre otros:



5.3.1. Datos del análisis

Se realizara un análisis estático en teoría de solido 3D en el programa “Ramseries Profesional”.

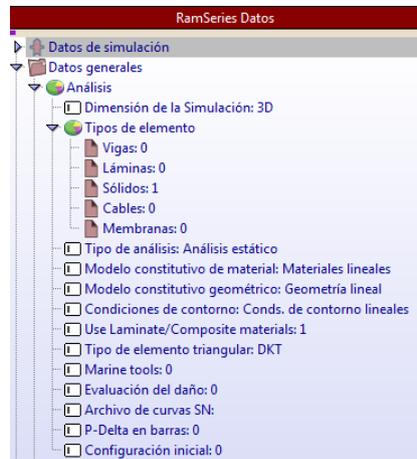


Figura 27 Datos de análisis asignados

5.3.2. Geometría

Se dibuja la geometría de la presa en 3D utilizando las herramientas de copiar, intersectar superficies, etc. Se han utilizado 2 capas para facilitar el dibujo y la asignación de propiedades. Se realiza la geometría de la presa dimensionada inicialmente, para esto creamos una nueva geometría en el programa “RamSeries”, utilizando las herramientas de dibujo, y haciendo cortes de superficies:

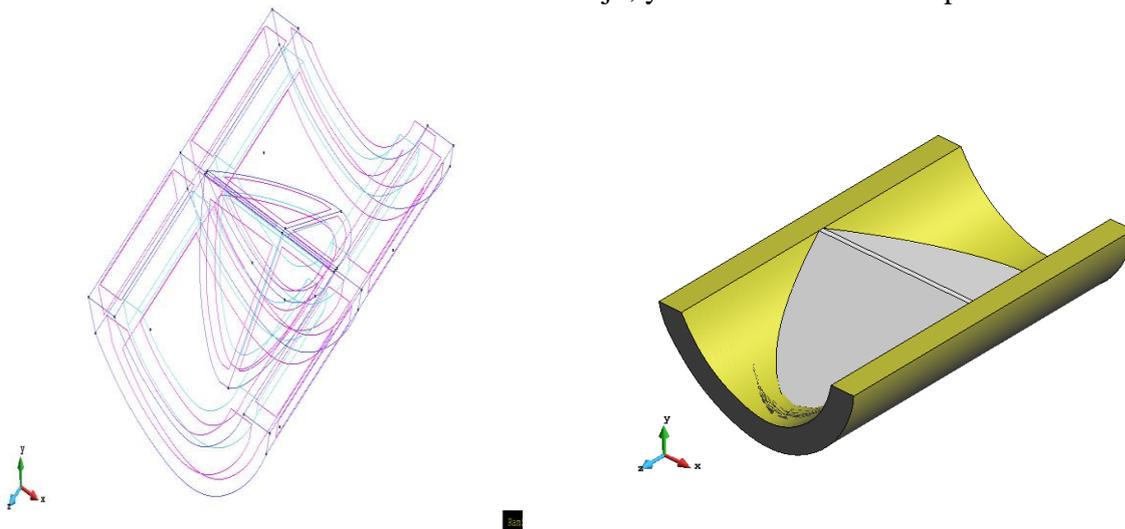
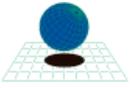


Figura 1. Geometría de la presa, modelo 3D



5.3.3. Condiciones de contorno

Se asignan condiciones de contorno al modelo 3D, de la misma forma como se restringieron los desplazamientos en el modelo bidimensional, pero con la diferencia que en este caso se restringen los movimientos de la superficie de la base del suelo.

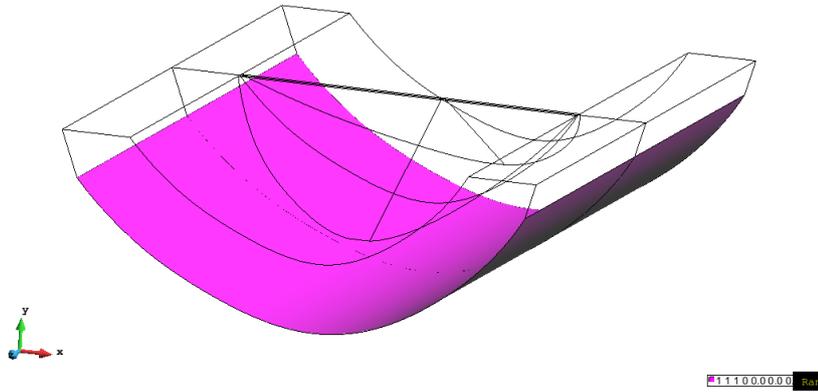


Figura 29 . Condiciones de contorno solido 3D.

Se asigna la restricción de desplazamientos del terreno en X, Y y Z en la base.

5.3.4. Definición del material

Se asignan los materiales citados en el enunciado tanto para el terreno como para la presa en el modelo.

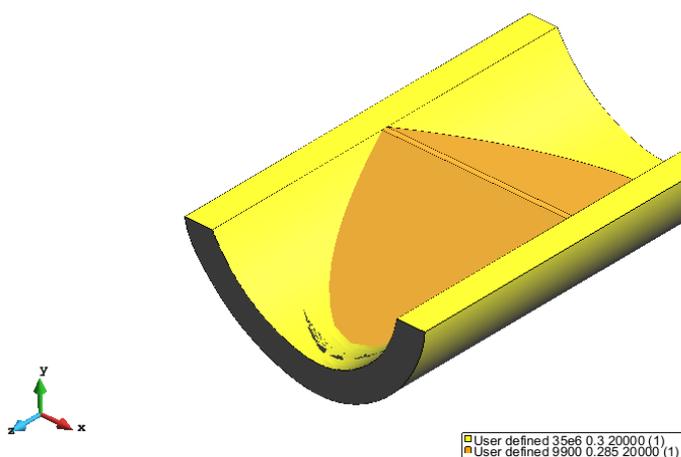
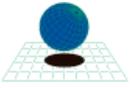


Figura 30 Materiales asignados



Cargas

Se va a realizar la verificación para la combinación de cargas 2. Se asignan cada material y la presión hidrostática. Se introducen las cargas al modelo, tanto las cargas por peso propio, como las presiones hidrostáticas, a la presa y al mismo suelo tal como en el modelo bidimensional:

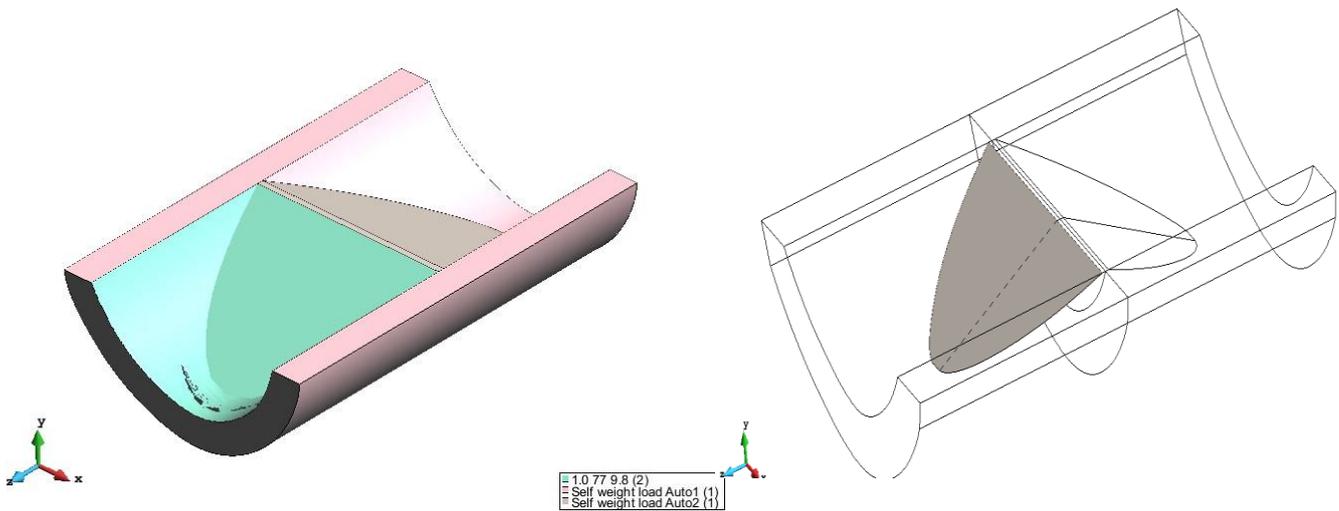


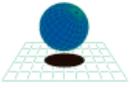
Figura 31 Cargas asignadas, Asignación de cargas hidrostáticas a la presa.

5.3.5. Mallado

Se ha realizado una malla elementos tetraedros lineales con refinamiento en volumen 9m. Se ha obtenido una malla de 17373 nodos y 81716 elementos. La malla creada se puede observar en la Figura 32.



Figura 32 Malla de tetraedros creada



Análisis de convergencia de modelo 3D

De igual forma que los problemas anteriores, se hace necesario la escogencia de un tipo un tamaño de malla óptima para garantizar buenos resultados. Esto es debido a que en MEF no todos los tipos de malla generan resultados confiables, se busca con el análisis de convergencia la escogencia de una malla óptima donde se visualice la convergencia de los resultados de una manera rápida y homogénea.

Basta con realizar un análisis de convergencia a un punto aleatorio del modelo, el cual presente desplazamientos inducidos por las cargas actuantes, esto es debido a que los demás parámetros como esfuerzos y deformaciones dependen de la solución de la matriz global del sistema, específicamente del vector de desplazamientos, generando menos errores en la solución en los resultados.

Para este caso, se realiza un análisis de convergencia asignando varios tipos de mallas para el total del modelo, se obtienen los desplazamientos del punto P1 con coordenadas (0,60,0) ubicado en la parte superior de la presa y en la mita de la línea de la corona, este punto es el mismo al que se le realizo la convergencia en el modelo bidimensional.

En el análisis de convergencia se estudiaron tres tipologías de mallas no estructuradas (ver figura 13, 14), con variación del tamaño de los elementos, el resultado del proceso se indican a continuación en la tabla 1:



Figura 31. Malla de Tetrahedros lineal.

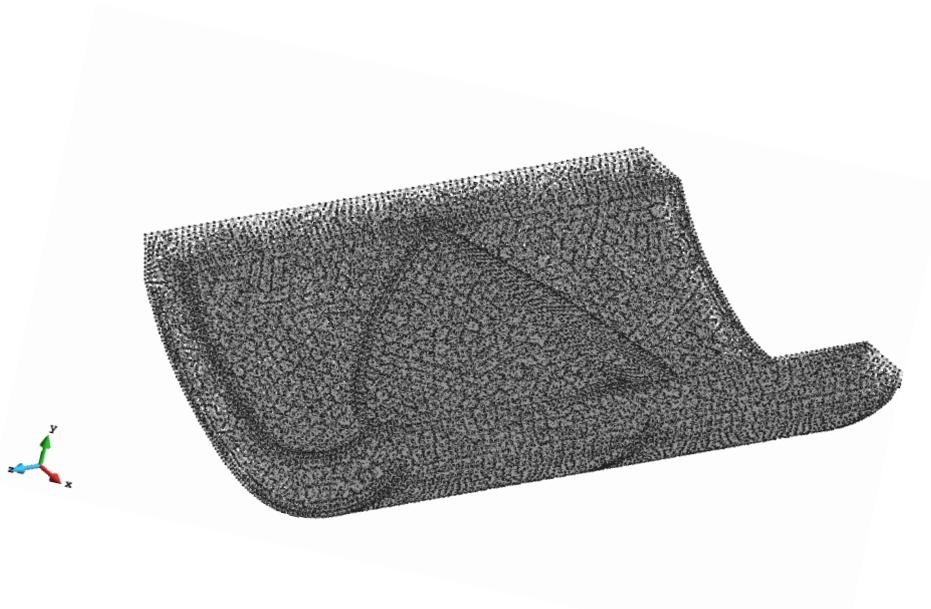
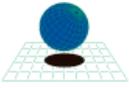


Figura 35 Malla de Tetrahedros cuadrático.

DESPLAZAMIENTO P1 VS NUMERO DE NODOS					
	10m	9m	8m	7m	6m
	ΔZ_a (m) / #Nodos				
Tetrahedros Lineal	-1.1673 13208	-1.1693 17379	-1.1694 23957	-1.1688 34438	-1.1687 53119
Tetrahedros Cuadrat	-1.1967 93154	-1.1965 124164	N/C 173027	N/C N/C	N/C N/C

Tabla 4. Análisis de convergencia, Elemento solido 3D.

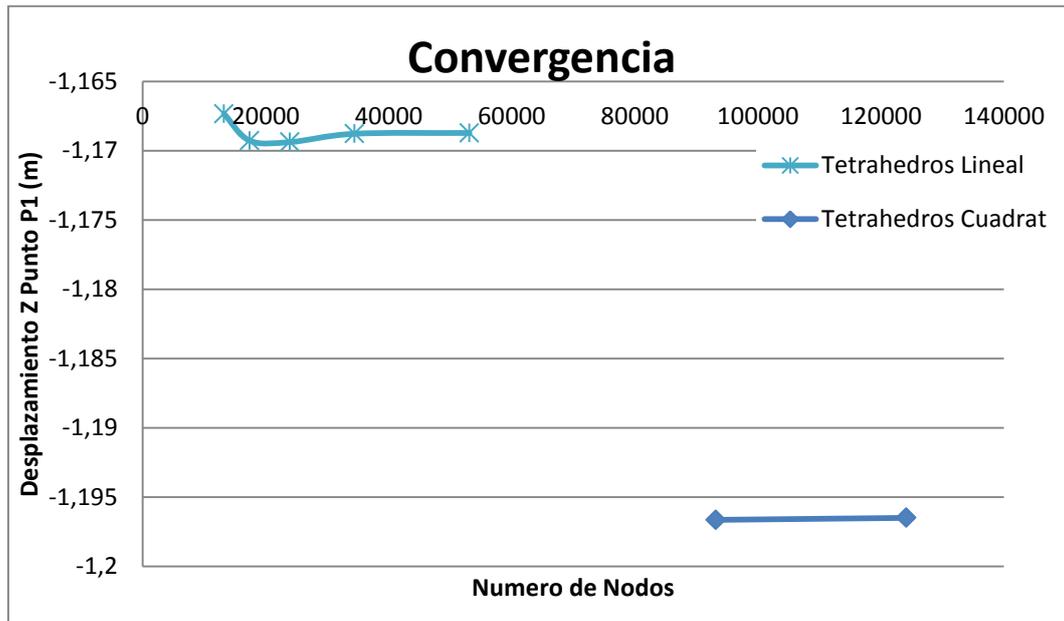
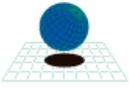


Grafico 2 Grafica de convergencia del problema1- 3D

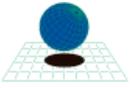
En el análisis de convergencia se logra evidencia el buen comportamiento del mallados con tetraedros, además los elementos cuadráticos, solo permitió ser usados para un tamaño de malla inferior a 18, por la gran demanda de procesador que hace que el la maquina trabaje al casi 100%.

De igual forma se aprecia que los desplazamientos que se registran son muy superiores a los obtenidos por la metodología bidimensional, la malla de Tetrahedros lineales converge 1.167m, esto es un desplazamiento considerable.

Por lo anterior el mallado a ser utilizado en el dimensionamiento cheque de los esfuerzos será el de Tetrahedros Lineal, con un tamaño de malla de 6m.

5.4. Post-proceso

Después de haber mallado el modelo y haber procedido a calcularlo, proceso realizado internamente en el programa "Ramseries Profesional", se procede al apartado del post-proceso para verificar que el esfuerzo principal de tracción Si no supera la restricción establecida como máxima, de 1 MPa. En la Figura 36 se observa dicho gráfico.



5.5. Esfuerzos en elemento de presa

Después del análisis de convergencia, se procede a determinar los esfuerzos en la presa producto de las fuerzas hidrostáticas.

	Esfuerzos principales Presa cargada caso a	Esfuerzos principales Presa cargada caso b
Valores para m y n	Tensión Si (MPa)	Tensión Si (MPa)
2	810	5170

Tabla 5. Tabla Esfuerzos principales según modelo 3D

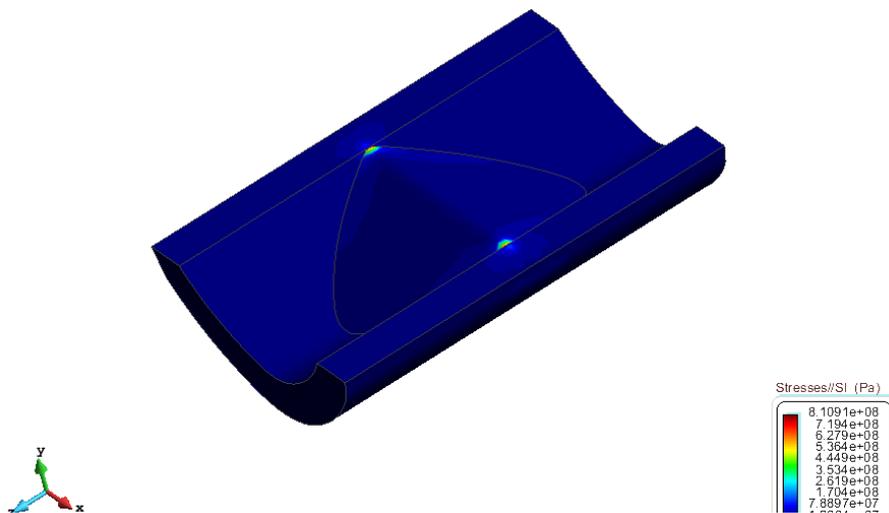


Figura 36. Tracciones principales Si (MPa) de la presa caso (a) solo carga peso propio, y taludes 1:2

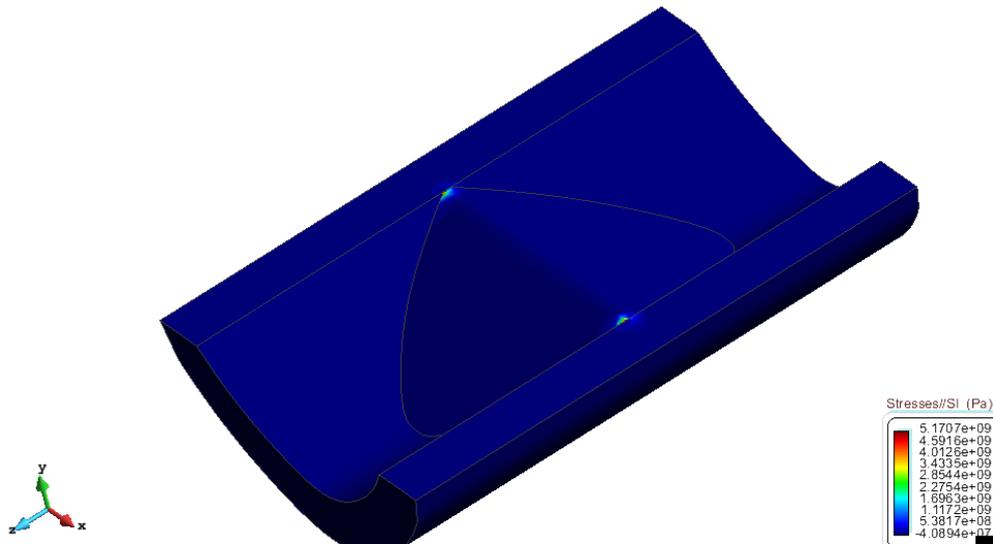
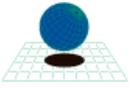


Figura 37 Tracciones principales Si (MPa) de la presa caso (b) con cargas hidrostáticas, y taludes 1:2

En las tensiones principales a tracción (Si) se aprecian valores super elevados, esto se



atribuir a algunos de los errores que plantea la teoría MEF, los cuales puede ser por una mala discretización, o errores de cálculo en la manipulación del software.

Como se aprecia en la Figura 36 y 37, las tensiones principales se acumulan en la corona de la presa, donde se producen los mayores desplazamientos, esto puede ser por la configuración de la geometría establecida en el problema, esto no puede ser detectado por el problema bidimensional debido a que asume la deformación 0 en la dirección prismática.

Otra posible causa del elevado valor de las tensiones, puede ser errores de cómputo, ya que el proceso que demora para calcular gran cantidad de puntos, permite la generación de errores en el cálculo interno.

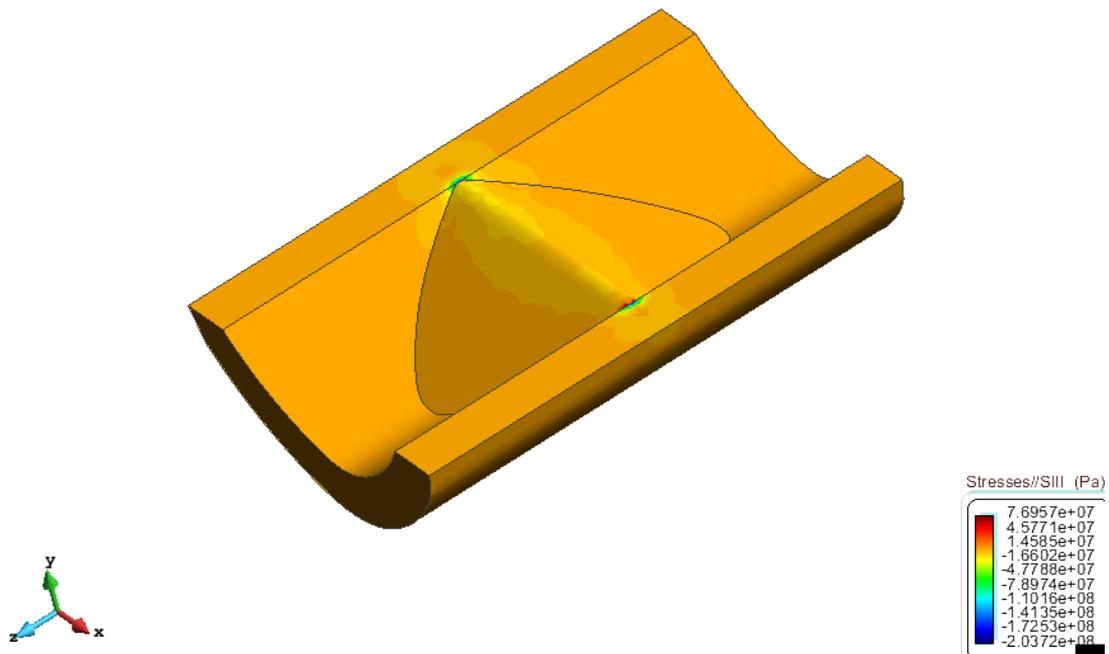


Figura 38. Tracciones principales S_{iii} (MPa) de la presa caso (a) solo carga peso propio, y taludes 1:2

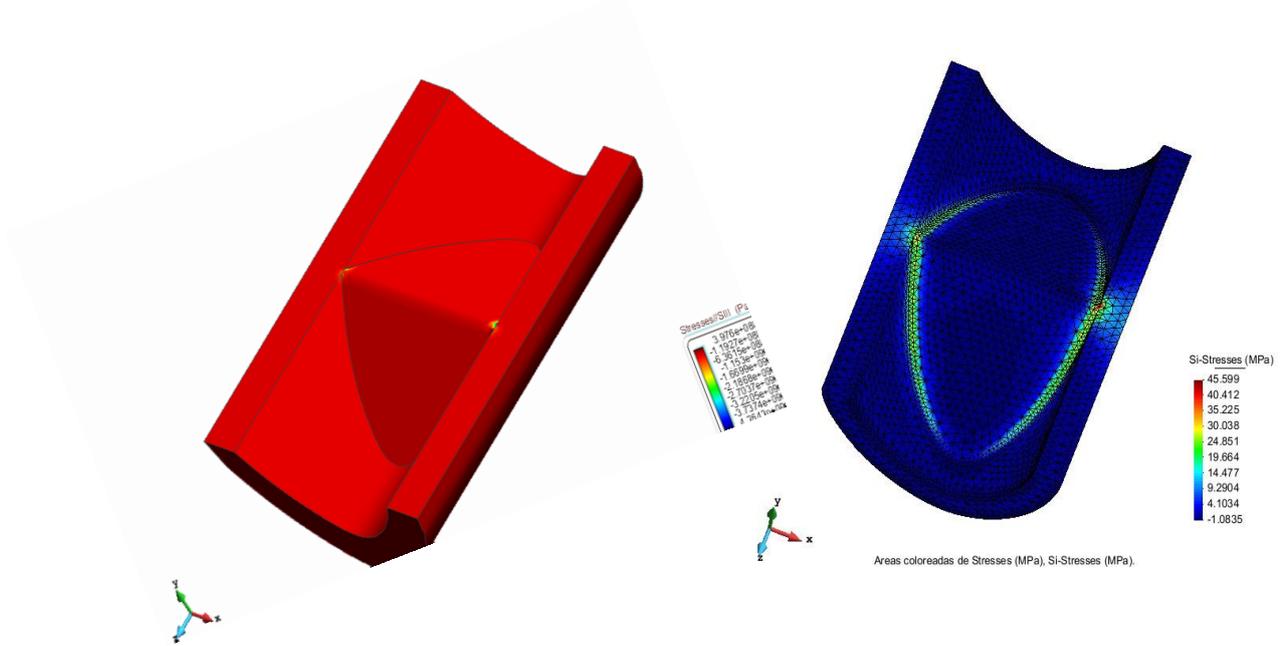
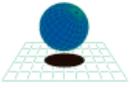


Figura 39. Tensiones principales S_{iii} (MPa) de la presa caso (b) con cargas hidrostáticas, y taludes 1:2

Como conclusión general de los métodos analizados, se puede decir que la relación de talud óptima para el control de los esfuerzos en la presa, es la relación V1:H2, el método de análisis bidimensional, es un poco más preciso y ligero a la hora de hacer cálculos de presas de gran envergadura, se debe estar uso de un buen equipo de computar para el rendimiento de los cálculos resueltos con metodología MEF.

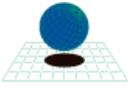


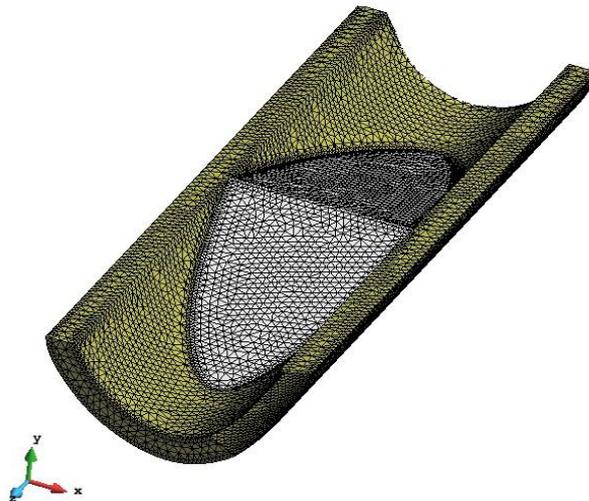
Figura 40 Esfuerzos principales de tracción S_i para la combinación de acciones 2

Como se puede apreciar en la Figura 25 los esfuerzos de tracción superan la restricción de 1MPa. La localización de dichos esfuerzos ocurre en la unión de la coronación de la presa con el terreno por lo que estos resultados no se podrían haber obtenido en el análisis bidimensional ya que en dicho análisis se analizó la sección central de la presa con más altura (60m).

En el próximo apartado se pretende comprobar en análisis tridimensional los esfuerzos soportados por la presa con la relación de talud máxima de 1:3,5.

5.6. Post-proceso para relación de talud 1:3,5

Para realizar dicha comprobación se ha dibujado la presa y el terreno para la relación de talud 1:3,5 y se han realizado los mismos pasos de pre-proceso que se realizaron para la presa con relación de talud 1:2 (relación mínima). En la Figura 26 se puede observar la geometría y la malla creada para dicha relación de talud. La malla aplicada al modelo es de las mismas características que la aplicada al modelo de relación de talud 1:2 de elementos tetraédricos de 9m de refinamiento al volumen.



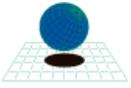


Figura 41 Geometría y malla de la presa con relación de talud 1:3,5

En la Figura 42 se observan los resultados de los esfuerzos principales de tracción S_i para la relación de talud 1:3,5.

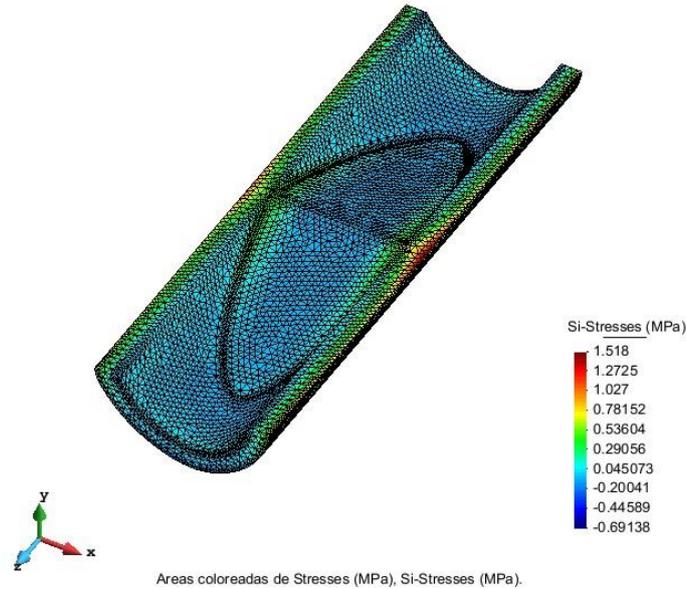


Figura 42 Esfuerzos principales de tracción S_i para presa con relación de talud 1:3,5

En la Figura 42 se puede observar que los esfuerzos de tracción máximos superan 1 MPa pero que dichos esfuerzos no se superan en la presa sino en el terreno.

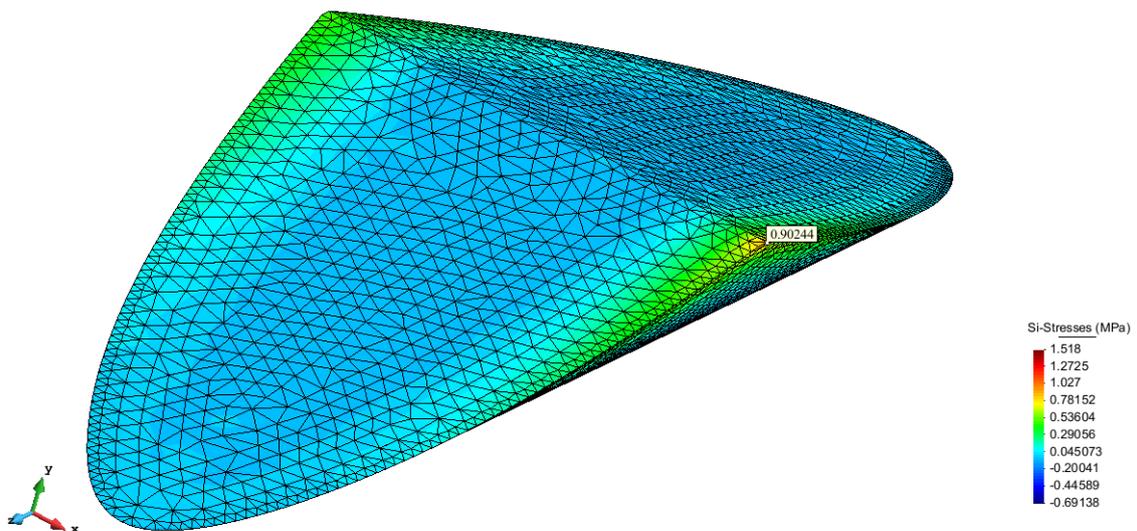
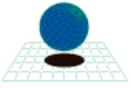


Figura 43 Esfuerzos principales de tracción en la presa



En la Figura 43 se pueden observar la tensión máxima de tracción que soporta la presa que es de valor de 0,90 MPa. La presa realizada con una relación de talud de 1:3,5 cumple la restricción de 1MPa máximo a tracción.

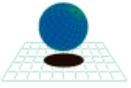
6. Conclusiones

Como se ha podido apreciar el análisis en teoría bidimensional de deformación plana y la verificación mediante teoría tridimensional de sólidos 3D no reflejan los mismos resultados. Los esfuerzos máximos de tracción que sufre la presa no se habrían podido identificar con el modelo bidimensional. Los esfuerzos a tracción máximos que se aprecian en el modelo 3D aparecen en la unión de la coronación de la presa con el terreno; localización no estudiada en el modelo bidimensional.

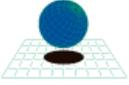
Por otra parte las tracciones máximas que se aprecian en el modelo bidimensional corresponden a las máximas sufridas por esa sección transversal de la presa, no siendo las tracciones máximas que sufre la globalidad de la presa y el terreno.

En lo que al dimensionamiento se refiere, queda claro que para el problema dado se requerirá una relación de talud mayor para cumplir las restricciones exigidas. Estos resultados se obtienen del análisis del modelo 3D que desde el principio nos indicaba que la relación de talud 1:2 no sería suficiente.

Se puede decir:



- El análisis bidimensional en teoría de deformación plana estudia el estado tensional de una sección de la presa por lo que no es suficiente para conocer la globalidad tensional real.
- El análisis bidimensional en teoría de deformación plana no es suficiente para comprobar el estado tensional de la presa de materiales sueltos homogéneos.
- En el análisis tridimensional se conoce el estado tensional global del problema aunque sea más complicado su modelado.



Practica Numero 2

2 PROBLEMA 2 (S-24)

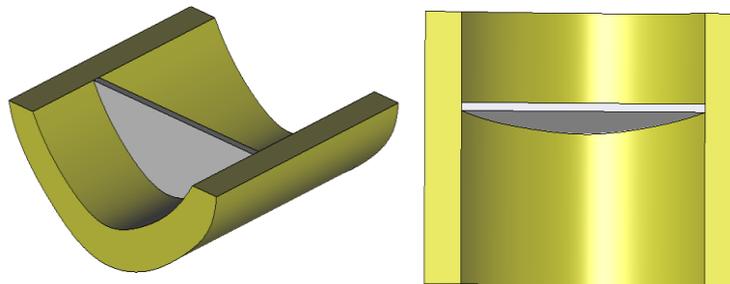
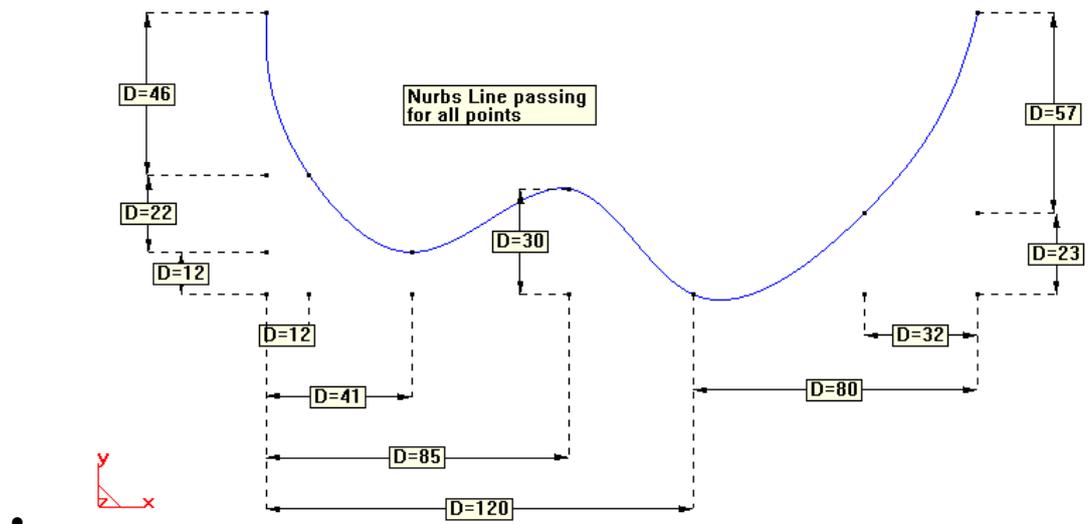
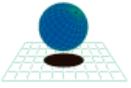
Dimensionar y calcular una presa homogénea de materiales sueltos de 80 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 6 m. con las restricciones geométricas que se indican.

Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar 1.5 MPa
- El peso específico del hormigón es de 25000 N/m³ y del terreno es de 20000 N/m³
- El Modulo de elasticidad del hormigón a usar es de 22 G N/m² y el coeficiente de poisson es de 0,20
- Base empotrada en el terreno
- Cimentación en terreno homogéneo. Módulo de elasticidad: 37 G N/m² y coeficiente de poisson 0,30.
- Cargas actuantes:
- Peso propio
- Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 77 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:

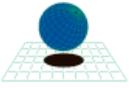
-



Resumen

las teorías bi y tridimensional de igual forma que la primera, de este modo simplificamos algunos pasos que se dan en el caso anterior ya que se puede ir directamente a las condiciones de contorno, cargas y mallado respectivamente, ahora un breve resumen de lo que es el plantamiento de este segundo ejercicio, a continuación les presentamos el caso numero2. Una presa de materiales suelto.

- El análisis bidimensional en teoría de deformación plana estudia el estado tensional de una sección de la presa por lo que no es suficiente para conocer la globalidad tensional real.
- El análisis bidimensional en teoría de deformación plana no es suficiente para comprobar el estado tensional de la presa de materiales sueltos homogéneos.
- En el análisis tridimensional se conoce el estado tensional global del problema aunque sea más complicado su modelado.



3.1 Pre-proceso Modelo 2D

Al igual que el ejercicio anterior una vez seleccionado el Modelo Estructural, que en este caso ha sido definido por un Problema de Elasticidad Bidimensional en Estado de Deformación Plana, se ha procedido a la creación del modelo.

Antes de seleccionar la geometría se debe de seleccionar varias capas donde se le asignará a cada una de ellas las condiciones de contorno, en la siguiente **figura 3.1** podemos ver un ejemplo de cómo es que debemos de seleccionar las capas, una capa de color azul se utilizó para la cimentación, mientras que otra de color gris claro, fue usada para la presa.

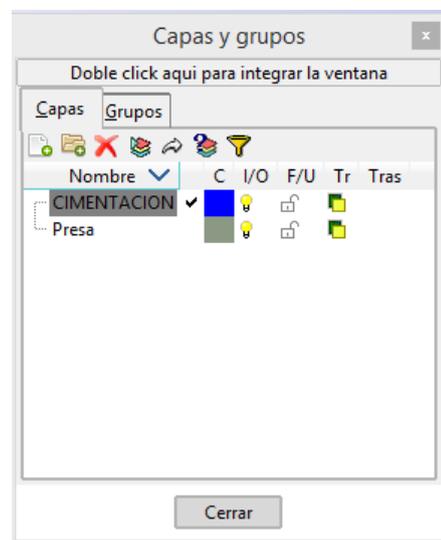


Figura 3.1) capas que se utilizaron en la geometría.

3.1.1 Geometría

En esta parte del pre proceso se introduce la geometría en el programa GID, por medio de las herramientas de dibujo mediante la creación de puntos, líneas y superficies. Para el dimensionamiento de los taludes se han tomado los siguientes valores de $n=2$ $.5 m= 2.5$ $B= 0.2 H = 16$ La geometría del problema se muestra en la **figura 3.2**.

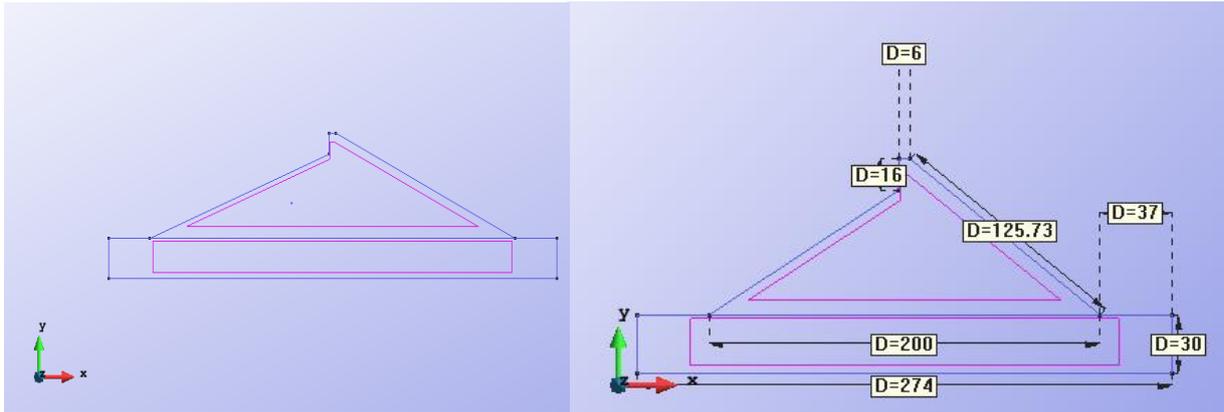
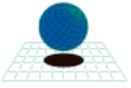
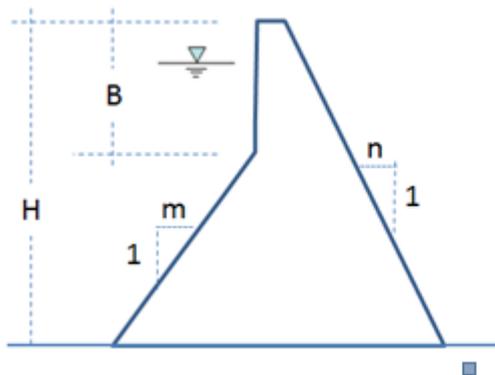


Figura 3.2 Geometría del Elemento y sus medidas

Se tomó una relación de taludes de $m:2.5$ y $n:2.5$ donde se calculó la altura del agua a un nivel de 77m donde la altura total era de 80 $b=0.2h$ donde esta altura era de 16, estas dimensiones después de varios tanteos se llegó a elegir estos valores, como en el ejemplo siguiente de solido 3d.



$$\begin{aligned} 2.0 < m < 4.0 \\ 2.0 < n < 3.5 \\ 0.1 H < B < 0.3 H \end{aligned}$$

3.1.2 Data

A la distancia del terreno se le añadió 74metros más, ya que en el programa al analizar las relaciones de taludes no podían caber entre las distancias seleccionadas Después de definir la geometría y haber creado la superficie del problema se procede a seleccionar la pestaña Datos, luego Tipo de Problema, Ramseries_Educational_2D y luego Plane_State (Deformación Plana). Como se muestra en la figura 3.3 a continuación.

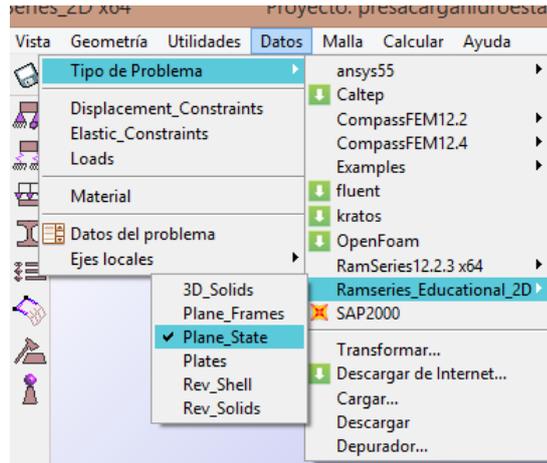
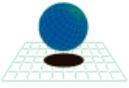


Figura 3.3. Selección del tipo de Tipo de Problema

3.1.3 Condiciones de Contorno

Las condiciones de contorno, que en este caso son restricciones en el eje X para los extremos del terreno de cimentación y en el eje X e Y para la base del terreno cimentación, de esta manera se impide el movimiento lateral y en la base los movimientos. Estas condiciones se presentan en la siguiente figura 3.4

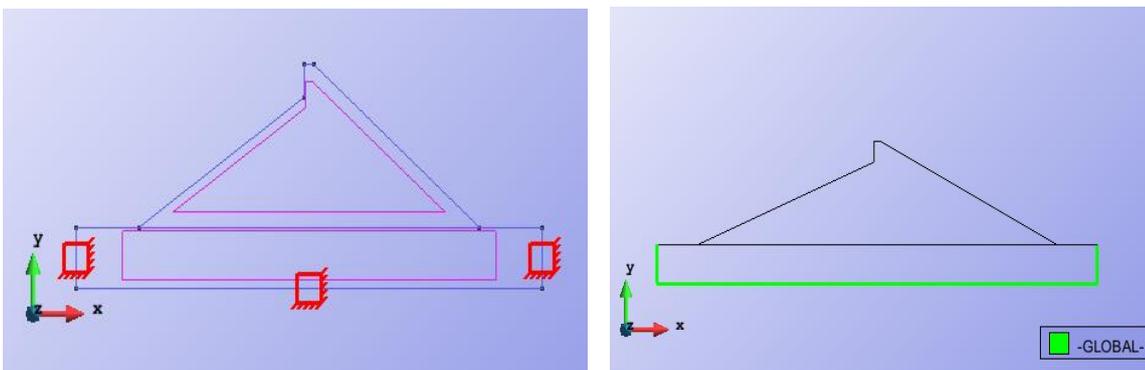
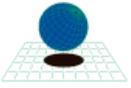


Figura.3.4 Condiciones de Contorno

3.1.4 Asignación de Cargas Estáticas

Los cargas a considerar son el peso propio de la estructura, la presión hidrostática del agua



perpendicular al terreno y perpendicular a la presa de forma linear trapezoidal normal al costado de la presa. Para la asignación de la carga hidrostáticas a la presa y al terreno se en este caso se consideró una carga de 10000N/m^3 por metro de profundidad a una altura de 77 metros. Para el caso A de este apartado solo se utilizó el peso propio.

Las siguientes figura muestra el uso d cargas hidrostática. Que solo fue utilizado para el ejemplo B.

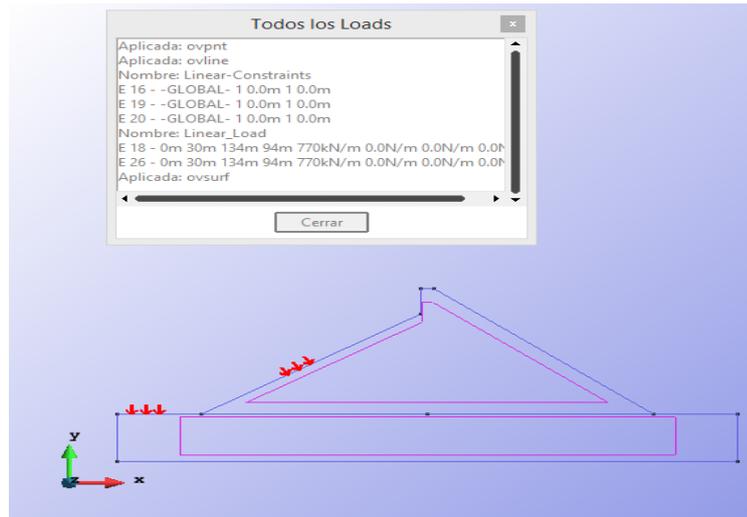


Figura 3.5. Cargas Hidrostática

3.1.5 Material

Para definir el material se realizó de ante mano dos capas, tanto una para las cimentaciones de la presa, y el otro para la presa misma como se muestran en la figuras 3.6. luego se define el material con las propiedades asignadas en el caso de estudio. Las características y propiedades del material se muestran en la figura 3.7, a continuación.

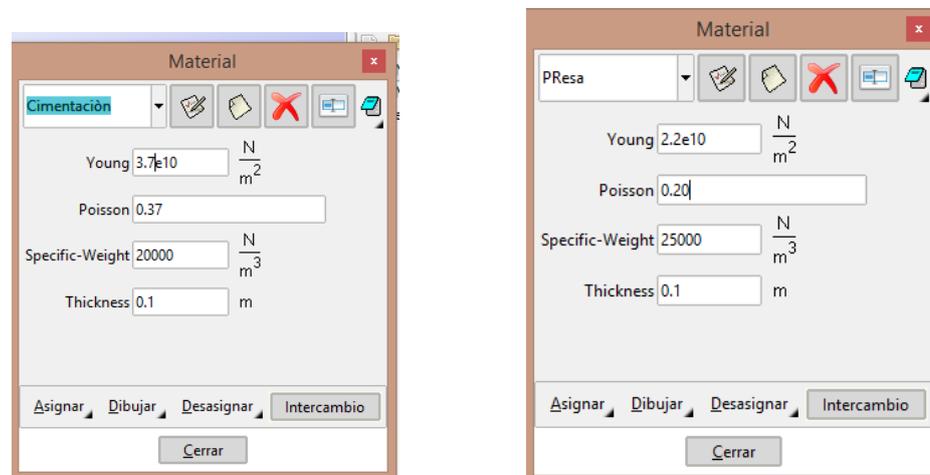


Figura 3.6. Capas creadas del Material

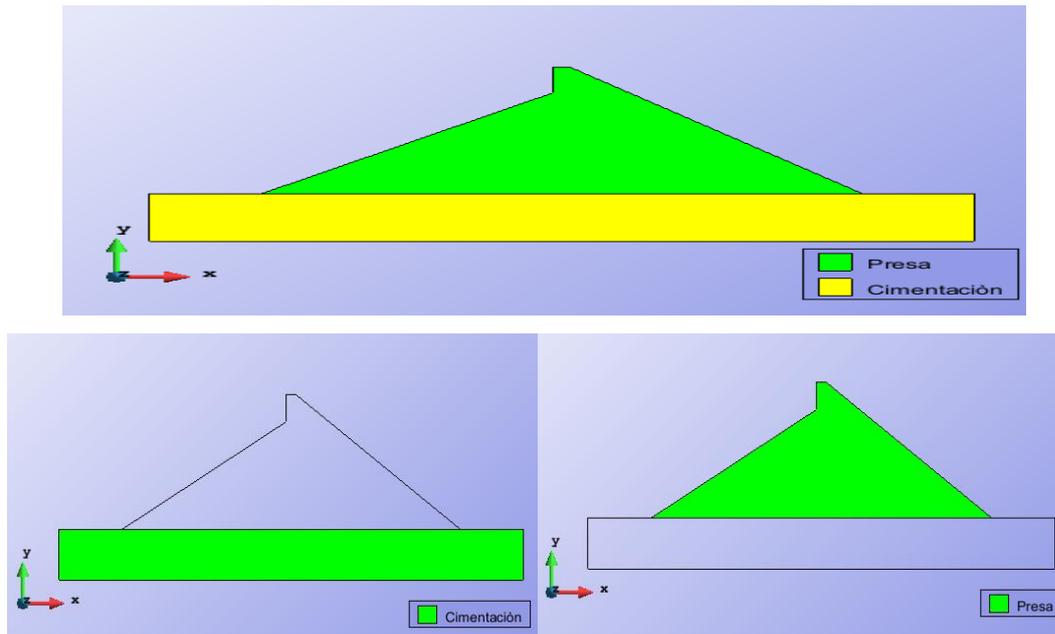
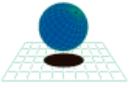


Figura 3.7. Propiedades del Material

Antes de analizar la presa se selecciona un punto crítico, el cual nos sirve para saber cómo se comporta la estructura en dichas acciones, tanto en los desplazamientos como en las tracciones máximas, en este caso tomamos un punto en Punto número 9. Coordenadas $x=134$ $y=110$ $z=0$. Entrar más puntos como de describe mas adelante figura siguiente le mostramos el punto que se encuentra señalado a continuación.

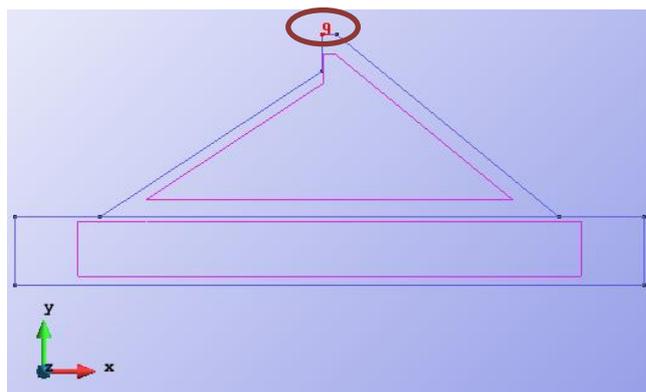
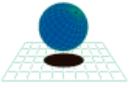


Figura 3.8 Punto elegido primer análisis de convergencia



3.1.6 Datos del problema

En este apartado se especifican los datos necesarios para poder realizar el análisis del problema. Como el problema se plantea la deformación plana, hay que asignar un modelo de deformación plana a 2D. El programa no identifica si hay que utilizar el peso propio o el factor de escala de la geometría, por tanto hay que marcar estas casillas para que estos valores sean tomados en cuenta. La figura 3.8, nos muestra estas opciones.

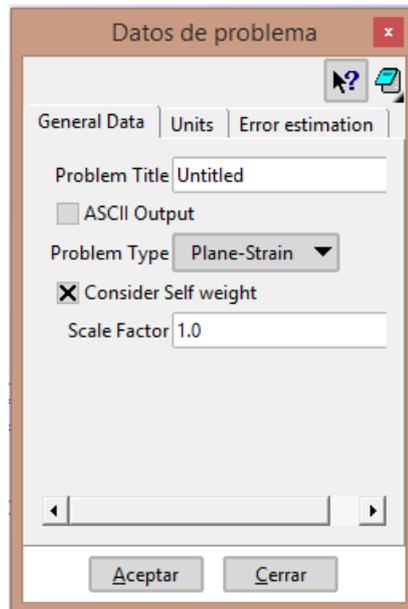


Figura 3.9. Datos del Problema

3.1.7 Análisis de Convergencia-2D Solo Peso Propio

Después de elegir las condiciones de contorno vamos a realizar la selección del tipo de malla a utilizar y el tamaño de malla que deseamos utilizar en el ejercicio. A continuación presentamos un Ejemplo de ella en la figura 3.10) esta malla no fue tomada en cuenta, solo es para hacer la simulación de las mallas.

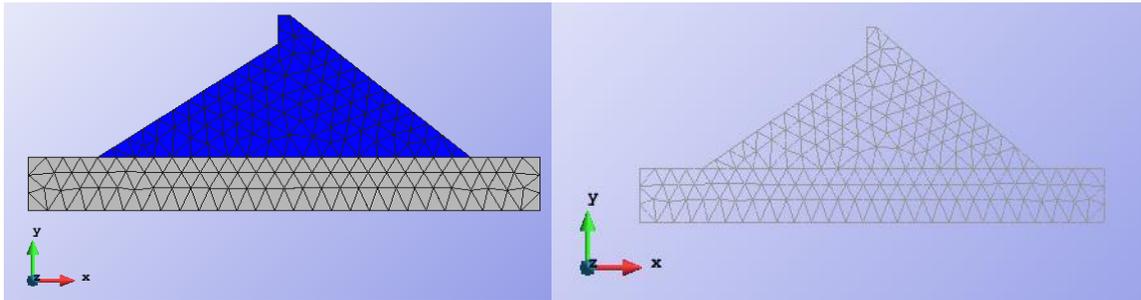
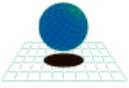


Figura 3.10 Malla de prueba de 30m

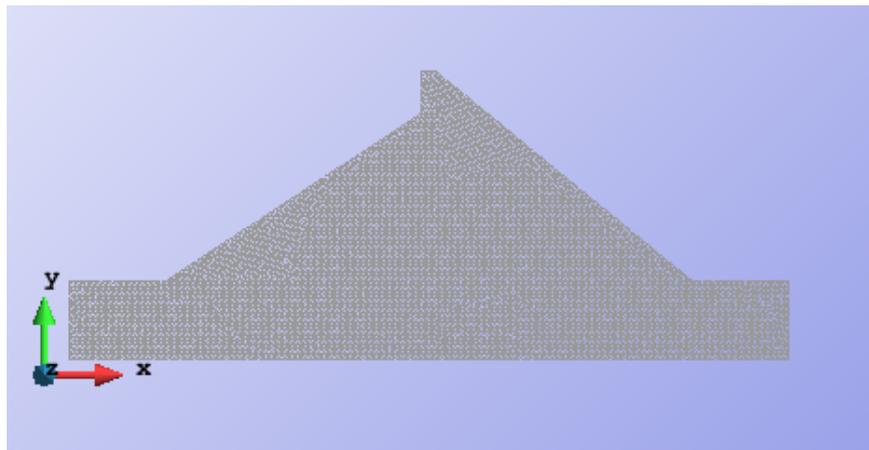


Figura 3.11) Malla inicial 1 de ejemplo 1 de 2m

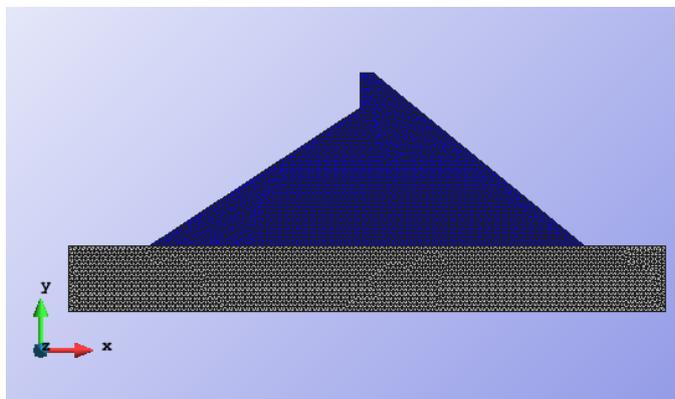
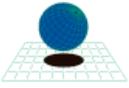


Figura 3.12) Malla inicial 2 de ejemplo 2 de 2m

De igual forma que el problema inicial, se hace necesario la escogencia de un tipo un tamaño de malla óptima para garantizar buenos resultados. Esto es debido a que en MEF no todos los tipos de malla generan resultados confiables, se busca con el análisis de convergencia la escogencia de una malla óptima donde se visualice la convergencia de los resultados de una manera rápida y homogénea. Para este caso, se realiza un análisis de convergencia asignando en la corona de la malla en la



coordenada $x=137e$ $y=65$ con varios tipos de refinamientos con elementos triangulares de tres nodos. Se muestran los resultados de las tracciones máximas, las cuales no superan los 1.5Mpa, en ninguna parte de la presa. Esto resultados se muestran en la tabla 1.)

```
Información de salida para 'current' Mon Jun 08 12:03:32
EDUCATIONAL RAMSERIES PROGRAM
-----
Reading problem data...
Computing and assembling the elemental stiffness matrix...
Computing and assembling the load vector...
Applying boundary conditions ...
Just before Solver ...
Beginning the LDLt factorization ...
Solving degree of freedom 1000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 2000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 3000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 4000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 5000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 6000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 7000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 8000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 9000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 10000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 11000 of 35358 ...
Solving degree of freedom 12000 of 35358 ...
Cerrar
```

TRIANGULOS DE TRES NODOS					
Número de Nodos	Grado de Libertad	Número de Elementos	Tamaño de la Malla	Desplazamiento	Si
4588	9176	8839	2	-0,00022949	1,1925
3632	7264	6964	2,25	-0,00023159	1,0632
2997	5994	5724	2,5	-0,0002241	95729
2435	4870	4624	2,75	-0,00022677	79209
2056	4112	3887	3	-0,00022293	70747

Tabla 1. Desplazamientos y Tracciones Punto elegido (Etiquetado)

En este ejemplo se tomaron los desplazamientos del punto arriba de la presa señalado en las condiciones anteriores donde será el punto crítico para los desplazamientos en este ejemplo.

En la siguiente grafica (Fig.1.). Se muestra la convergencia del desplazamiento

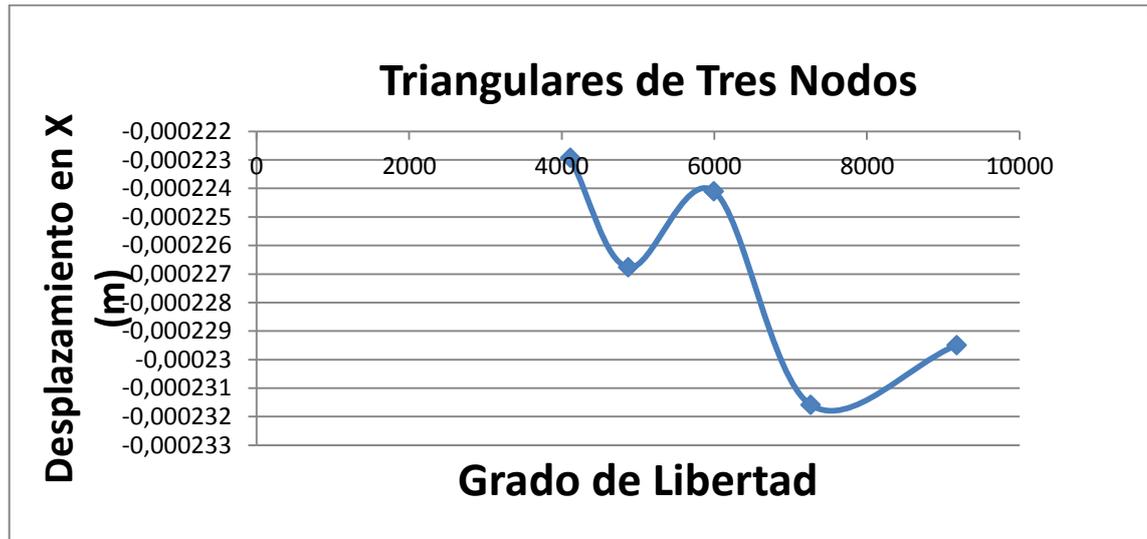
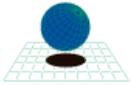


Grafico 1.. Convergencia Desplazamiento del punto elegido (Etiquetado) (Peso Propio)

De igual forma que el problema anterior se hicieron los análisis de convergencia para los desplazamientos positivos que daban el programa directamente, donde se estudió los resultados obtenidos y en la curva se notó que este no varía mucho del otro y se analizaron con los mismos tipos de malla y tipos de elementos. Como se muestran en la tabla 2 de resultados y el grafico 2 por igual.

TRIANGULOS DE TRES NODOS					
Número de Nodos	Grado de Libertad	Número de Elementos	Tamaño de la Malla	Desplazamiento	Si
4588	9176	8839	2	0,00036457	1,1925
3632	7264	6964	2,25	0,00036428	1,0632
2997	5994	5724	2,5	0,00036434	95729
2435	4870	4624	2,75	0,00036405	79209
2056	4112	3887	3	0,00036419	70747

Tabla 2. Desplazamientos y Tracciones normales

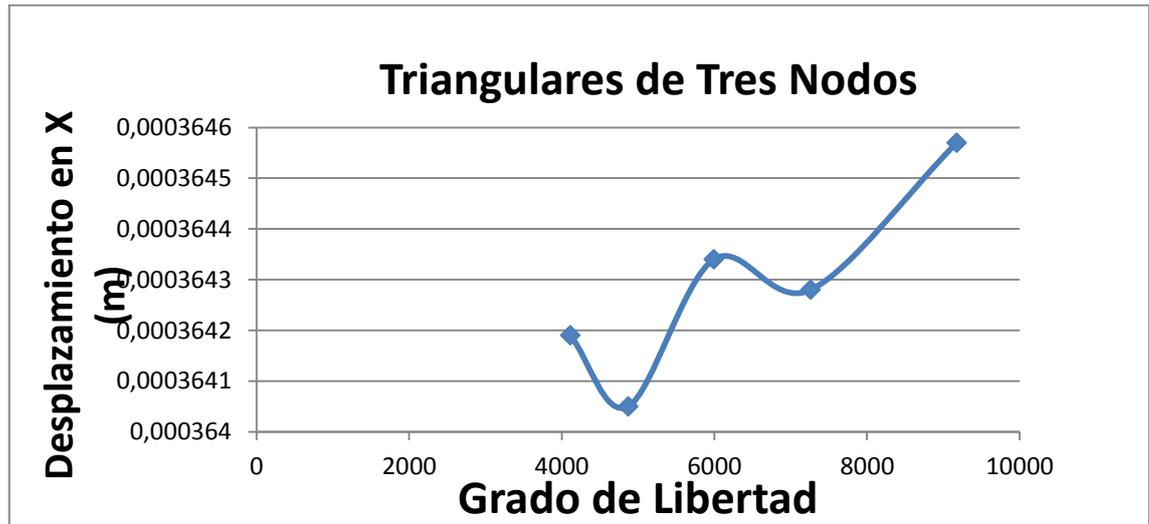
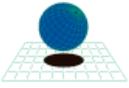


Figura 2. Convergencia Desplazamiento (Peso Propio) normales

En la figura 1.8 se visualiza que la presa presenta un desplazamiento hacia abajo, las aguas arriba de la presa. se analizo el punto señalado para ve las

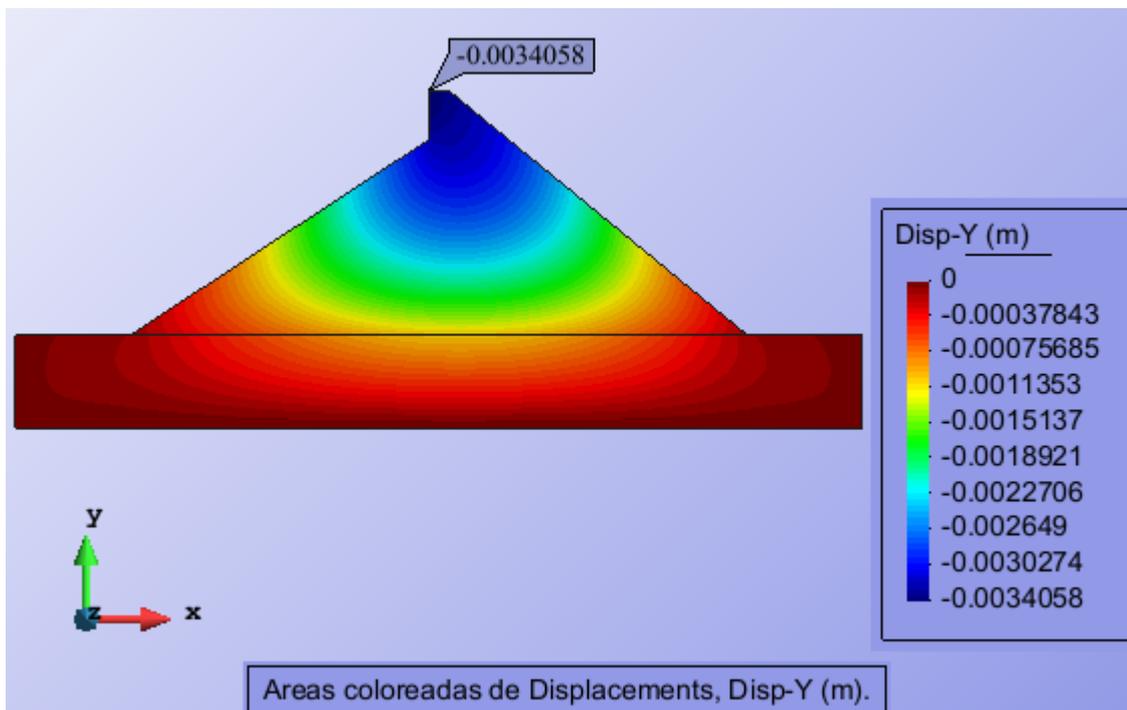


Figura 3.13 Convergencia Desplazamiento en Y con mallado de 2.5m

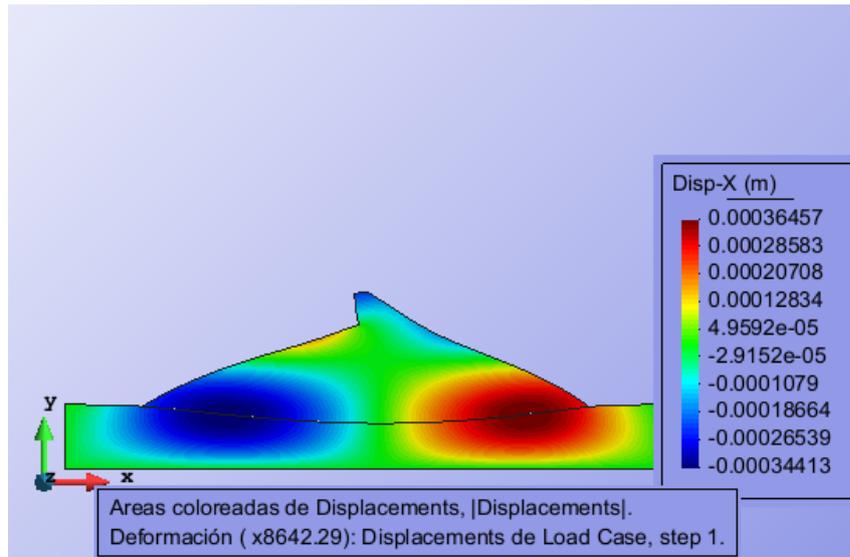
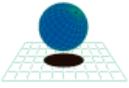


Figura 3.14 Deformada de la presa Vs desplazamiento en X

Como se puede observar en la figura 1.9, se muestra la presa que tiene tracciones las cuales no superan a 1.5 MPA como se pide en el presente trabajo.

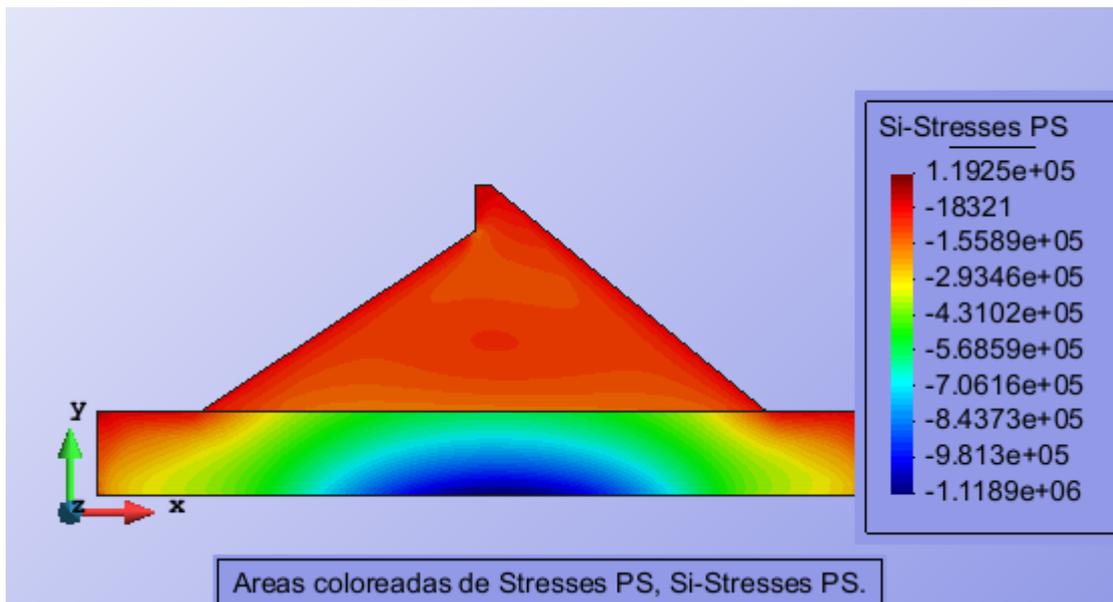


Figura 3.15 .Tracciones principales S_i , con mallado de 2 se ven que las compresiones no supera lo deseado

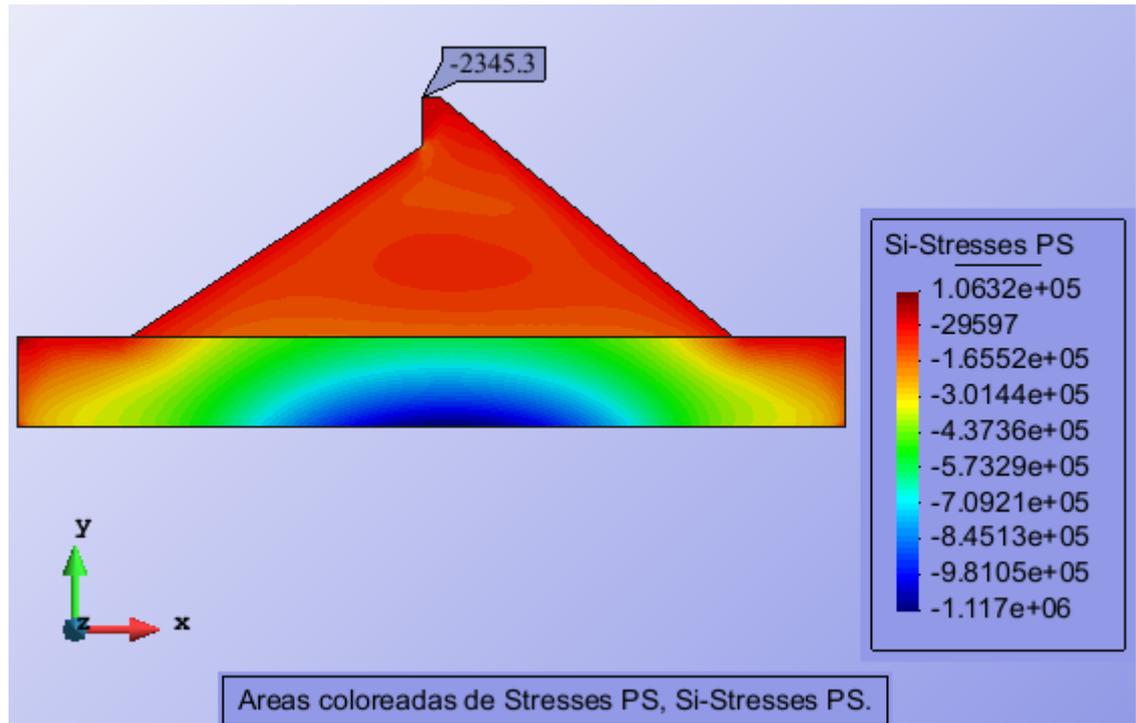
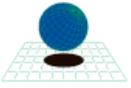


Figura 3.16 mallado 2, de 2.25m como se puede observar, en este tipo de mallado tampoco supera los 1.5mpa.

Como se puede observaren la figura a continuación, la presa no tiene tracciones significativas, sino que se encuentra comprimida y las tracciones que apareces no supera la condición dada de 1 Mpa.

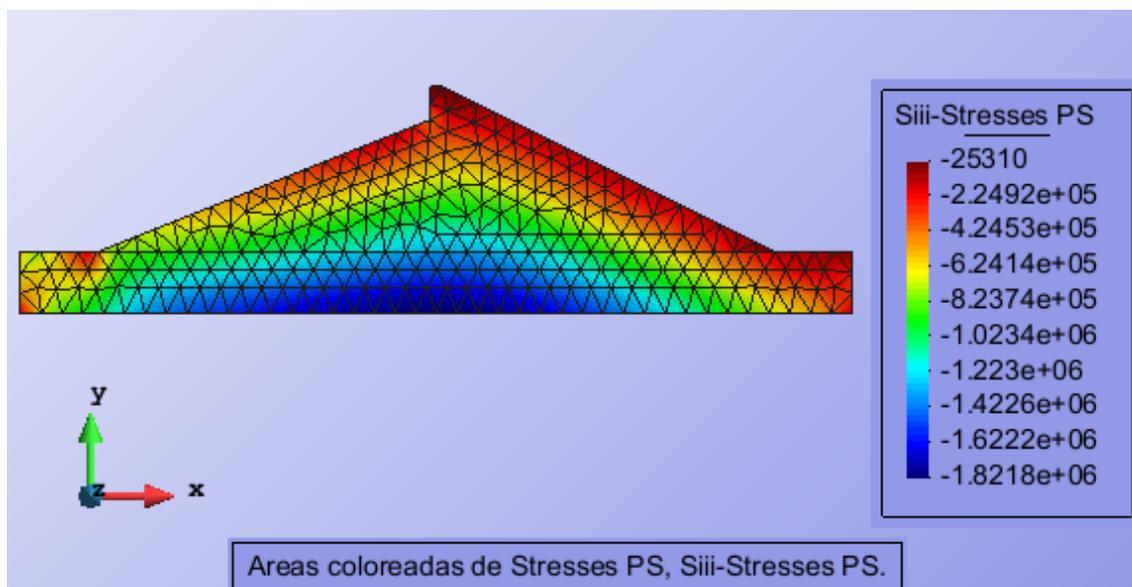
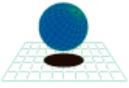


Figura 3.17 Compresiones máximas Siii

3.2 Análisis de Convergencia-2D Solo Peso Propio y Carga Hidrostática

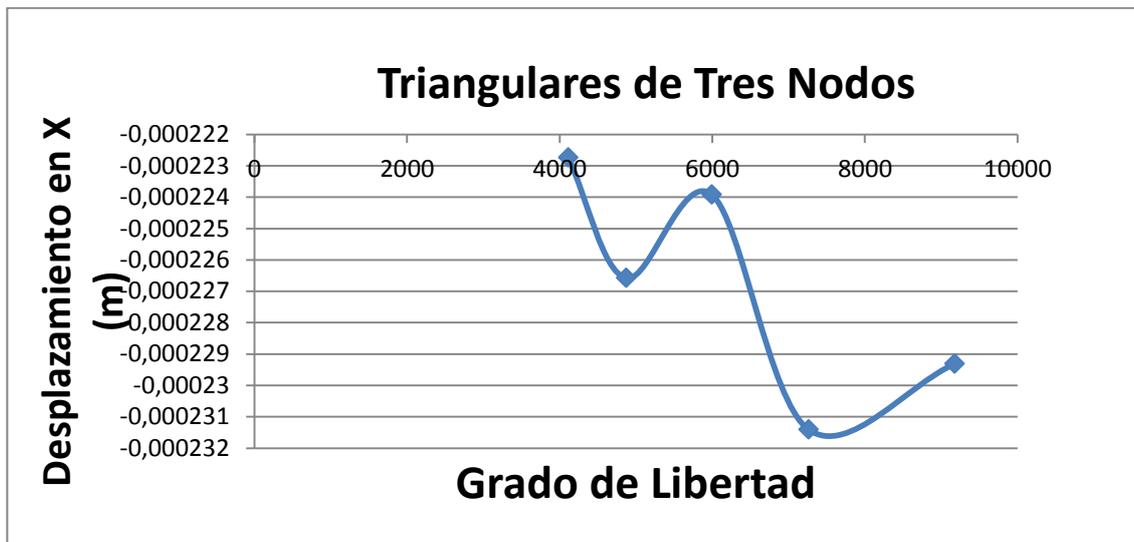


En la tabla 3 se muestra el análisis de convergencia para la presa, considerando el peso propio de la estructura más la carga hidrostática. Se muestran los resultados de las tracciones máximas, las cuales no superan los 1.5 Mpa, en ninguna parte de la presa.

TRIANGULOS DE TRES NODOS					
Número de Nodos	Grado de Libertad	Número de Elementos	Tamaño de la Malla	Desplazamiento	Si
4588	9176	8839	2	-0,00022931	1,2074
3632	7264	6964	2,25	-0,00023141	1,077
2997	5994	5724	2,5	-0,00022392	97052
2435	4870	4624	2,75	-0,00022658	80449
2056	4112	3887	3	-0,00022274	71916

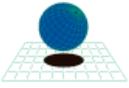
Tabla 3 . Desplazamientos y Tracciones en el punto seleccionado de la presa.

En la siguiente grafica (Fig.1.11). Se muestra la convergencia del desplazamiento tomando en cuenta el peso propio de la estructura y las cargas hidrostáticas que actúan sobre la presa.



Figura

3. Desplazamiento Incluye Peso Propio + Carga Hidrostática en el punto elegido de la presa



TRIANGULOS DE TRES NODOS					
Número de Nodos	Grado de Libertad	Número de Elementos	Tamaño de la Malla	Desplazamiento	Si
4588	9176	8839	2	0,00036466	1,2074
3632	7264	6964	2,25	0,00036437	1,077
2997	5994	5724	2,5	0,00036443	97052
2435	4870	4624	2,75	0,00036414	80449
2056	4112	3887	3	0,00036428	71916

Tabla 4 . Desplazamientos y Tracciones normales

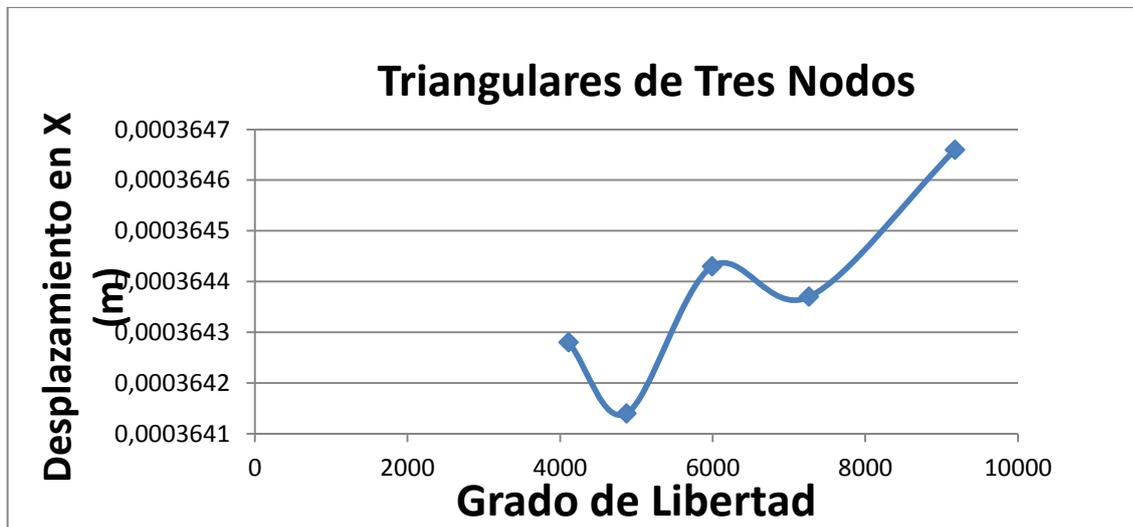
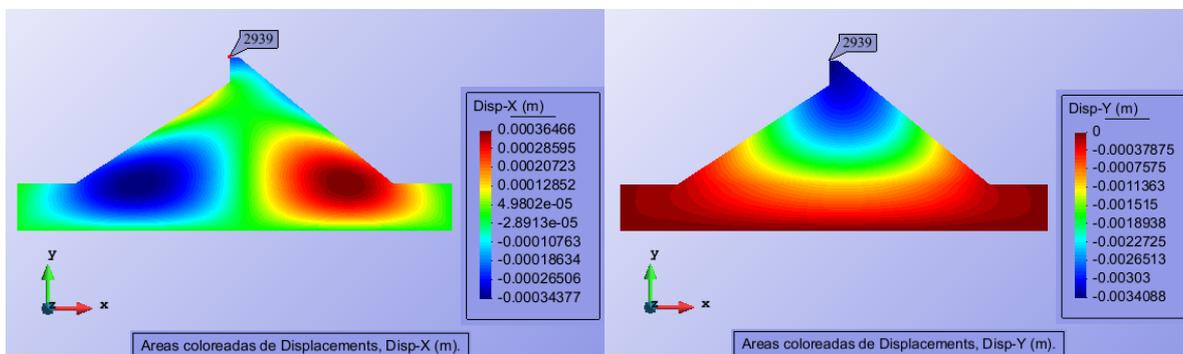


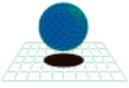
Figura 3. Desplazamiento Incluye Peso Propio + Carga Hidrostática datos normales.

A continuación unas cuantas ilustraciones de la presa, sus desplazamientos en X e Y Respectivamente.



Des
plaz
ami
ent
o
en
x a)
Des

plazamiento en Y b)



Después de analizar el ejercicio y ver los resultados obtenidos como se puede observar en la **figura 3.18** que se presenta a continuación, la presa tiene unas tracciones poco significativas, y en ningún caso supera las tracciones permitidas de 1.5Mpa.

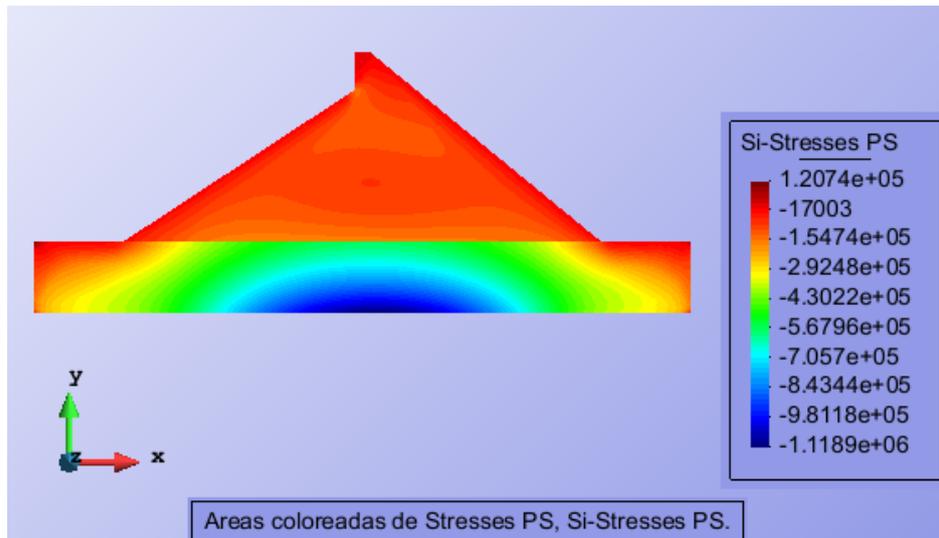
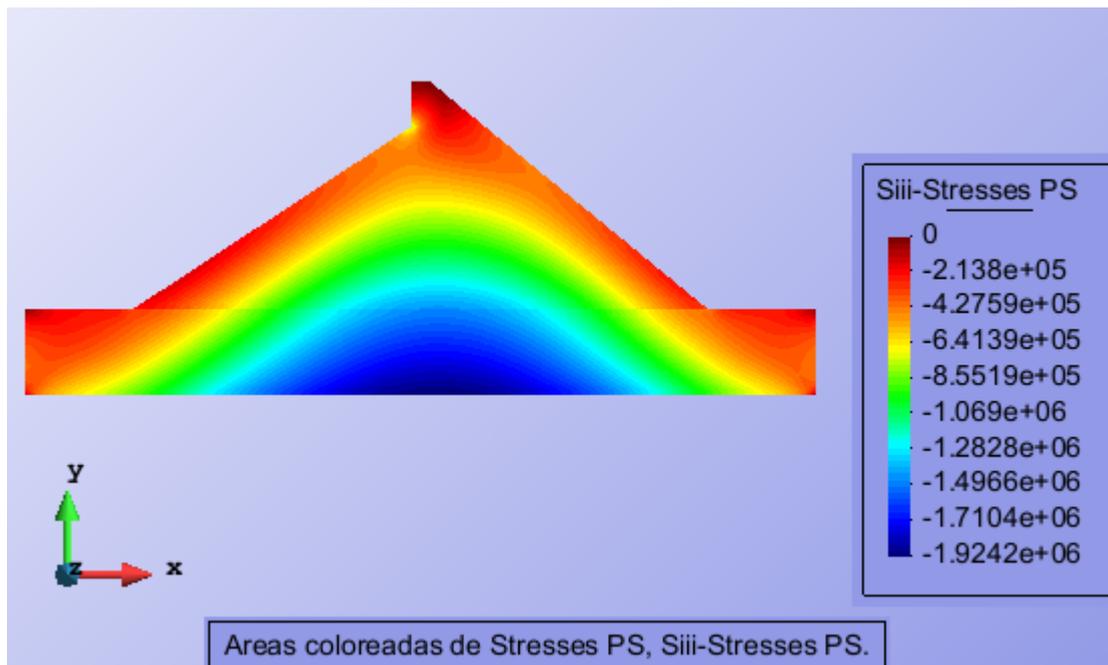


Figura3.18.Tracciones principales Si

Como se puede observaren la figura 3.19 a continuación, la presa no tiene tracciones significativas, sino que se encuentra comprimida y las tracciones que aparece no supera las tracciones permitidas del ejercicio de 1.5 Mpa.



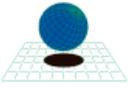


Figura 3.19, Deformación y Compresiones máximas Siii

3.3 Pre-Proceso Modelo 3D

Las características geométricas, mecánicas o de cargas en algunas estructuras, no permiten la utilización de modelos simplificados como elasticidad bidimensional, en dicho caso es imperativo considerar la estructura como solido tridimensional y hacer uso para su análisis de la teoría general de la elasticidad tridimensional. La presa de materiales sueltos, se puede aplicar la elasticidad bidimensional y se comparara con los resultados de un análisis en tres dimensiones.

Una vez seleccionado el Modelo Estructural, que en este caso ha sido definido por un Problema de Elasticidad Tridimensional para la realización del ejercicio se consideró hacerle varias modificaciones por el hecho de que no daban los resultados.

El procedimiento de análisis del modelo 3D será similar al 2D. En el modelo 3D primero se realiza un análisis de convergencia de tensiones y desplazamiento con el fin de determinar el tamaño del modelo de análisis adecuado. Con éste modelo se hace la revisión de tensiones que nos permita determina si la estructura cumple con el requerimiento exigido, además de obtener resultados generales de análisis, como desplazamiento, que permiten corroborar que el modelo está correctamente diseñado. Una vez definida la geometría se giraron los ejes para que los ejes y y z de la estructura.

3.3.1 Geometría

En esta parte del pre poseso se introduce la geometría en el programa GID, por medio de las herramientas de dibujo mediante la creación de puntos, líneas y superficies para crear los volúmenes. La geometría del problema se muestra en la **figura 3.20**.

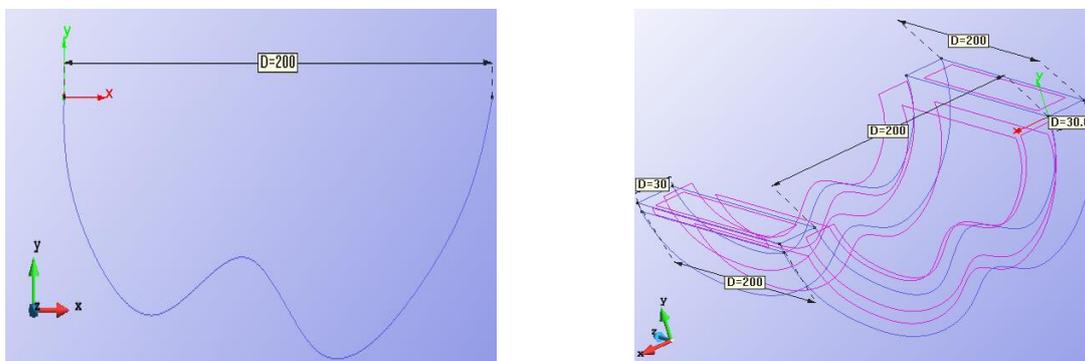
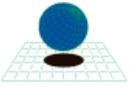


Figura 3.20 Geometría del Elemento



Luego de tener esta geometría, en principio se creó una geometría de este tamaño pero se verificó que era muy pequeño, y al igual que el 2d y que el ejercicio número 1 se tuvo que hacer más grande ya que no daban los cálculos. Como tenemos un $n=2.5$ y un $m=2.5$ también entran y cumplen con lo establecido en la relación de taludes. Donde para la base de la presa fue de 225 una altura de 90 para luego modificarlas. En estas figuras siguientes vemos la geometría definitiva que se le dio la presa y al terreno, con una longitud de 430 para luego cortar con superficies y volúmenes los espacios sobrantes.

Figura 3.21 muestran las coordenadas finales que se utilizaron.

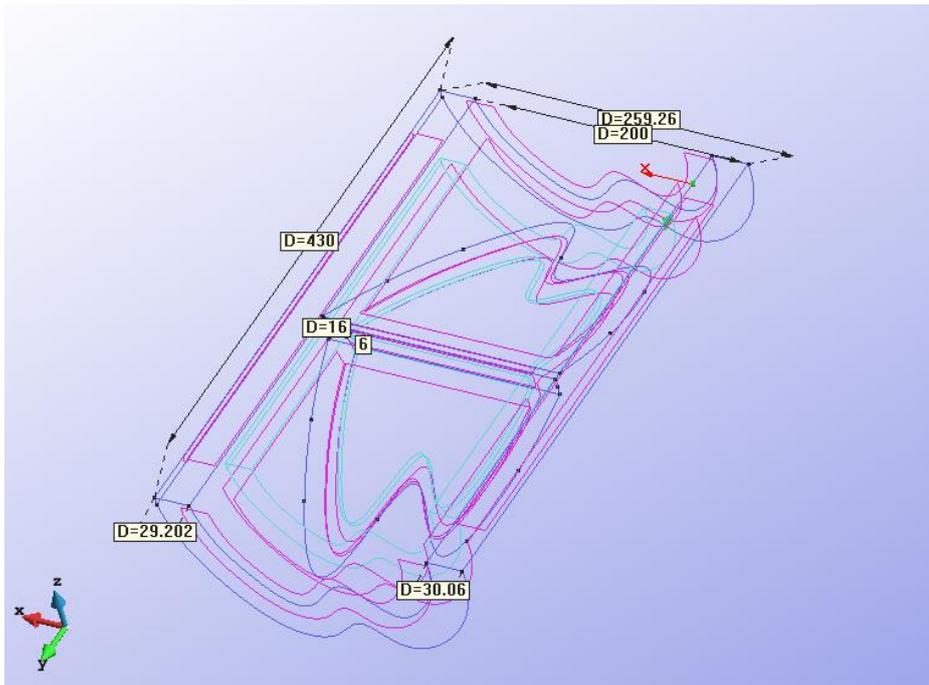


Figura 3.21 Geometría definitiva

3.3.2 Data

Después de definir la geometría y haber creado la superficie del problema se procede a seleccionar la pestaña Datos, luego Tipo de Problema, Ramseries_Educational_2D y luego Solidos 3D. Como se muestra en la figura 2 a continuación.

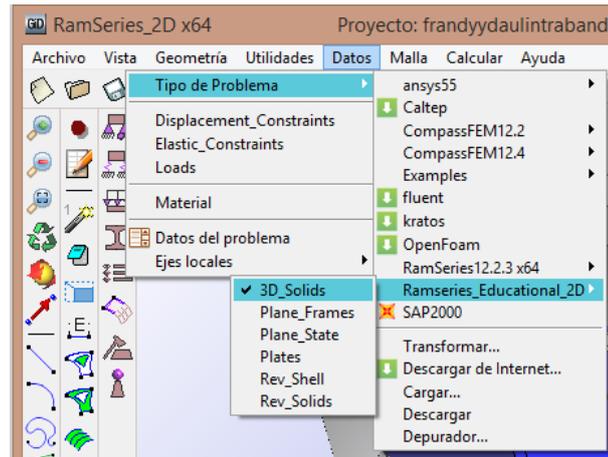
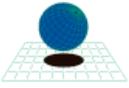


Figura 3.22. Selección del tipo de Tipo de Problema

3.3.3 Condiciones de Contorno

Se asignan condiciones de contorno al modelo 3D, de la misma forma como se restringieron los desplazamientos en la dirección longitudinal en Y el en la parte del terreno con la diferencia que en este caso se restringen los movimiento de la superficie de la base del suelo. Estas condiciones se presentan en la siguiente figura.3.23

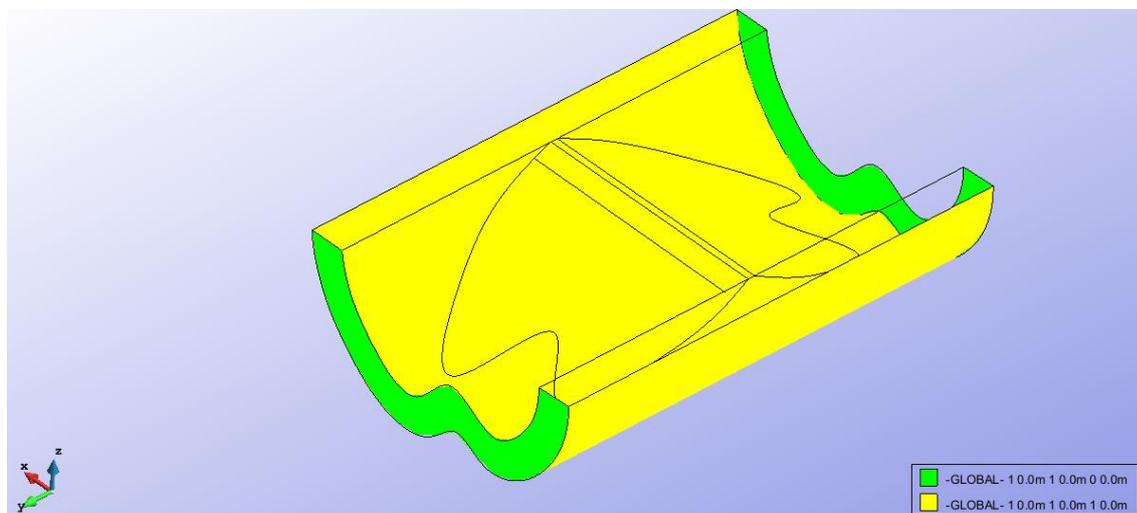
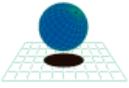


Figura 3.23. Condiciones de Contorno

3.3.4 Asignación de Cargas Estáticas

Las cargas asignadas a las estructuras son de peso propio mas una carga hidrostática, por tratarse de una carga de presión, se aplicó perpendicular a las superficies del fondo del terreno y la presa, con valor igual a la densidad del agua por la profundidad, esto utilizando la opción de carga hidrostática. En la siguiente imagen se muestra las cargas hidrostáticas del agua, tomando en cuenta la altura del nivel



del agua que en teoría son 77m y la altura de la presa es de 80m.

NOTA: Para el caso A de este apartado solo se utilizó el peso propio.

Las siguientes figura muestra el uso d cargas hidrostática

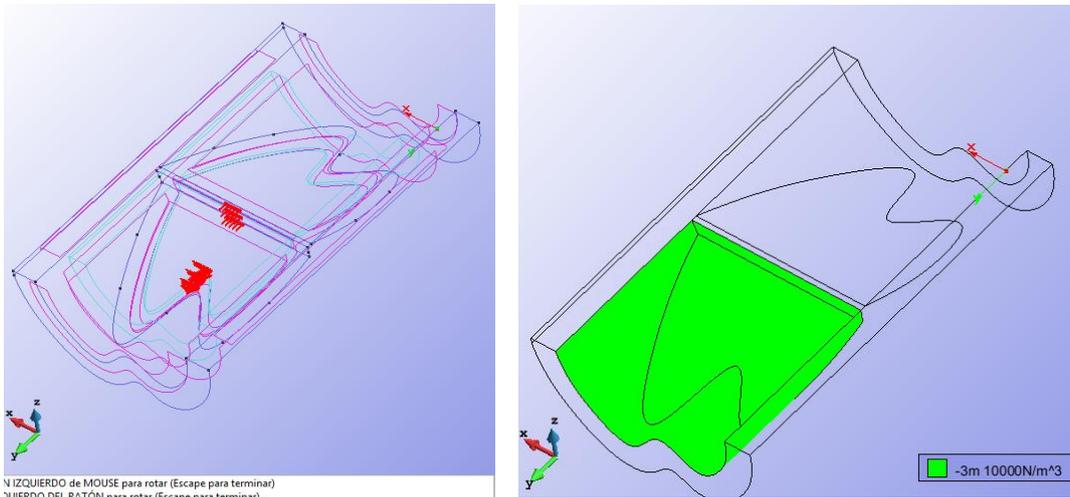
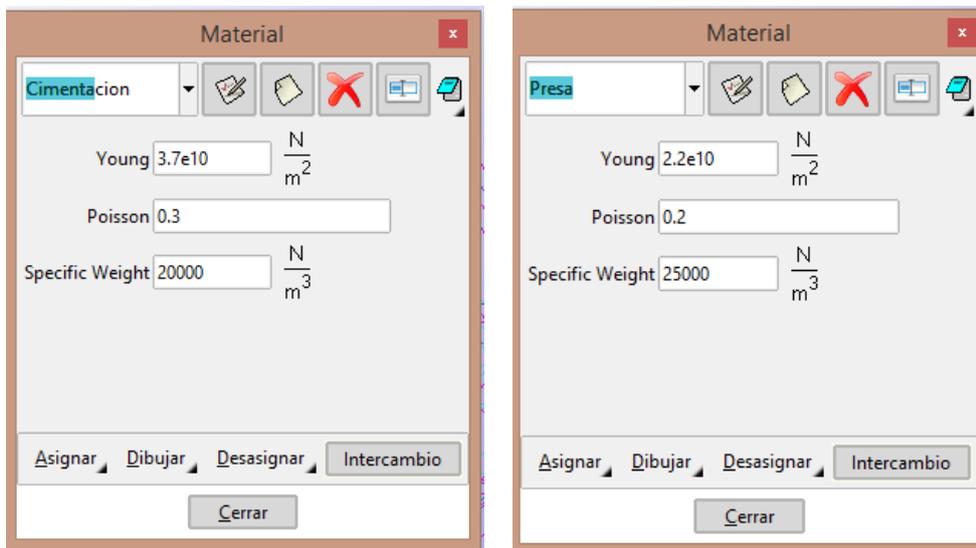


Figura3.24. Carga Hidrostática

3.3.5 Material

Se define el material con las propiedades asignadas en el caso de estudio. Las características y propiedades del material se muestran en la figura 3.25 y figura 3.26 a continuación.



FigurFigura

Figura 3.25 Materiales asignados a la presa y al terreno.

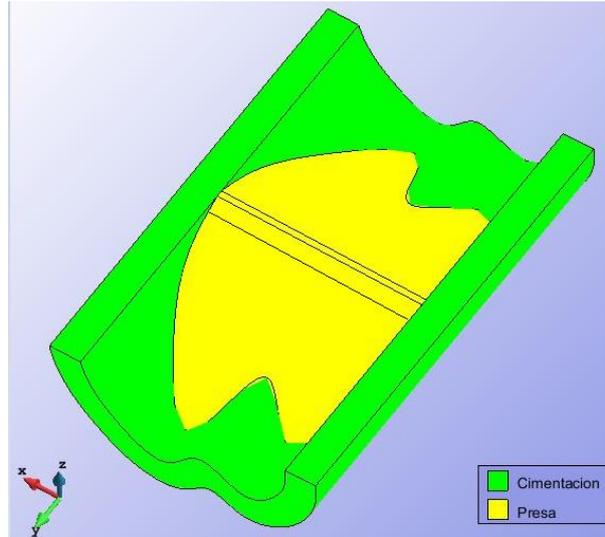
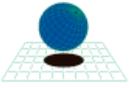


Figura 3.26. Propiedades del Material

3.3.6 Datos del problema.

En este apartado se especifican los datos necesarios para poder realizar el análisis del problema. Como el problema se plantea la deformación plana, hay que asignar un modelo de deformación plana a GID. El programa no identifica si hay que utilizar el peso propio o el factor de escala de la geometría, por tanto hay que marcar estas casillas para que estos valores sean tomados en cuenta. La figura 3.27. Nos muestra estas opciones.

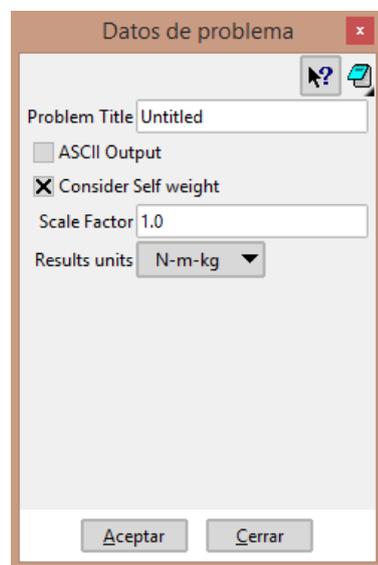
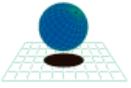


Figura 3.27. Datos del Problema



3.4 Análisis de Convergencia-3D Solo Peso Propio

De igual forma que el problema inicial, se hace necesario la escogencia de un tipo un tamaño de malla óptima para garantizar buenos resultados. Esto es debido a que en MEF no todos los tipos de malla generan resultados confiables, se busca con el análisis de convergencia la escogencia de una malla óptima donde se visualice la convergencia de los resultados de una manera rápida y homogénea. En las figuras 3.28 siguientes se representan los ejemplos de mallados.

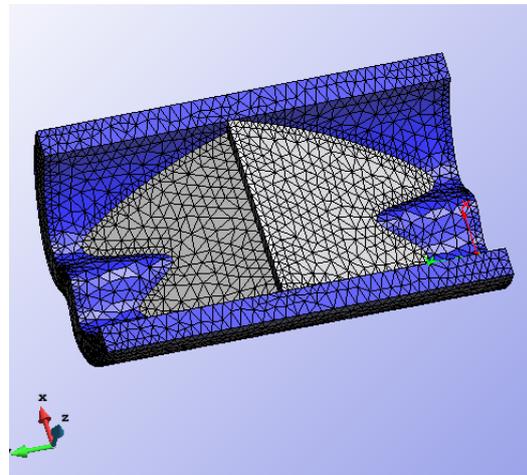
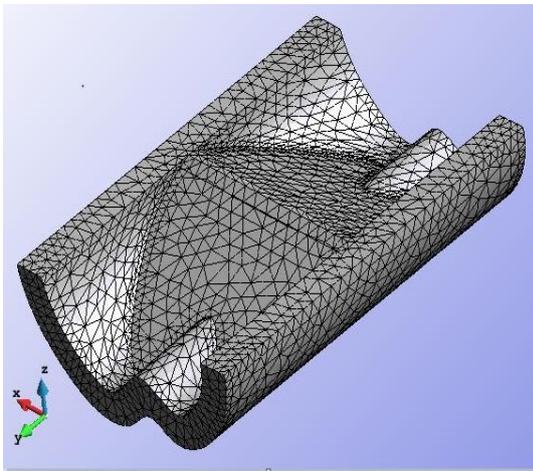


Figura 3.28. Mallado

Mallados.

Para el mallado se van a utilizar elementos tetrahedros de tres nodos con tamaños diferente para cada análisis, mallado de 26m,28m,30m,33m,35m, previamente se usaron mallas de 45m y de 40pero no cumplían, para el análisis de la presa solo con el peso propio, y para el análisis de la presa con cargas hidrostáticas se analizarán con mallado de 13m,14m,15m,16m,20m.

Para este caso, se realiza un análisis de convergencia sobre el desplazamiento máximo en Y con varios tipos de refinamientos con elementos. Se muestran los resultados de las tracciones máximas, las cuales no superan los 1.5 Mpa, en ninguna parte de la presa. Esto resultados se muestran en la tabla 3, en la siguiente figura veremos los desplazamientos que sufre la presa y el terreno.

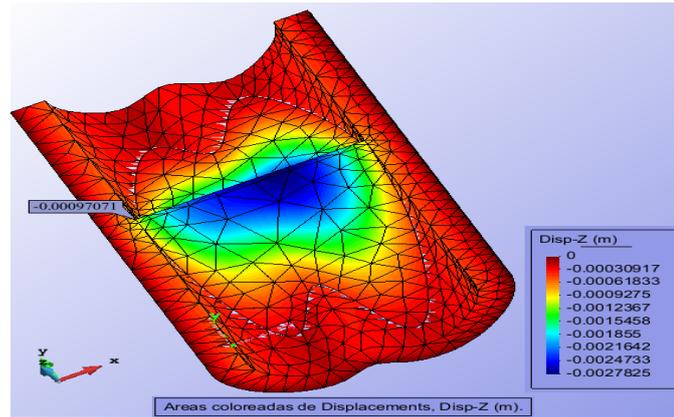
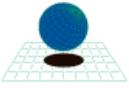


Figura 3.29 Desplazamientos

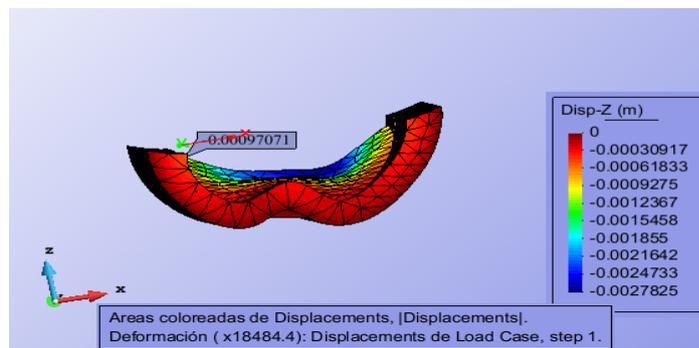


Figura 30 Desplazamiento Vs Deformada que sufre la presa

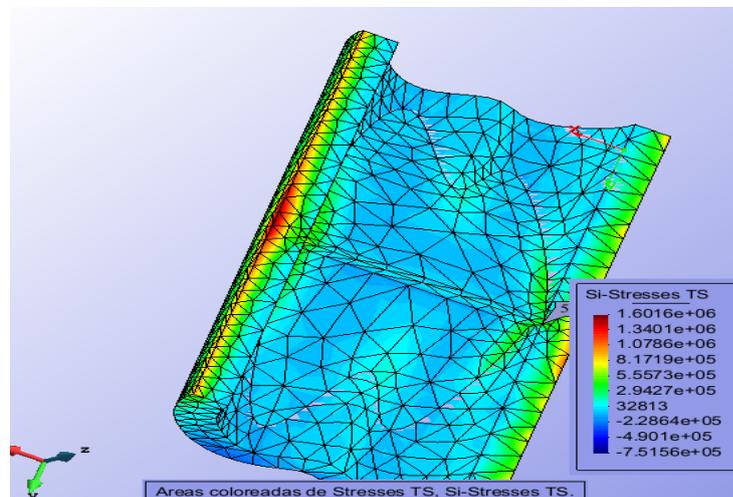
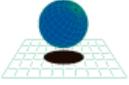


Figura 3.31 Tracciones máximas en cualquier punto de la presa.

En la Figura 3.31 vemos como actúan las tracciones máximas en la presa y el terreno, aunque cabe destacar que analizaremos solo la presa y vamos a descartar las tracciones del terreno, ya que lo que nos piden es las tracciones que sufre la presa en cualquier punto sin que supere 1.5Mpa



TETRAHEDROS Solo PP					
Número de Nodos	Grado de Libertad	Número de Elementos	Tamaño de la Malla	Desplazamiento en Z (m)	Si (Pa)
7404	22212	4322	35	-0,00030917	5,59E+05
7818	23454	4605	33	-0,00081824	6,87E+05
8774	26322	5188	30	-0,0009673	5,82E+05
9091	27273	5395	28	-0,00081917	6,99E+05
10041	30123	6045	26	-0,00096294	5,92E+05

Tabla 5

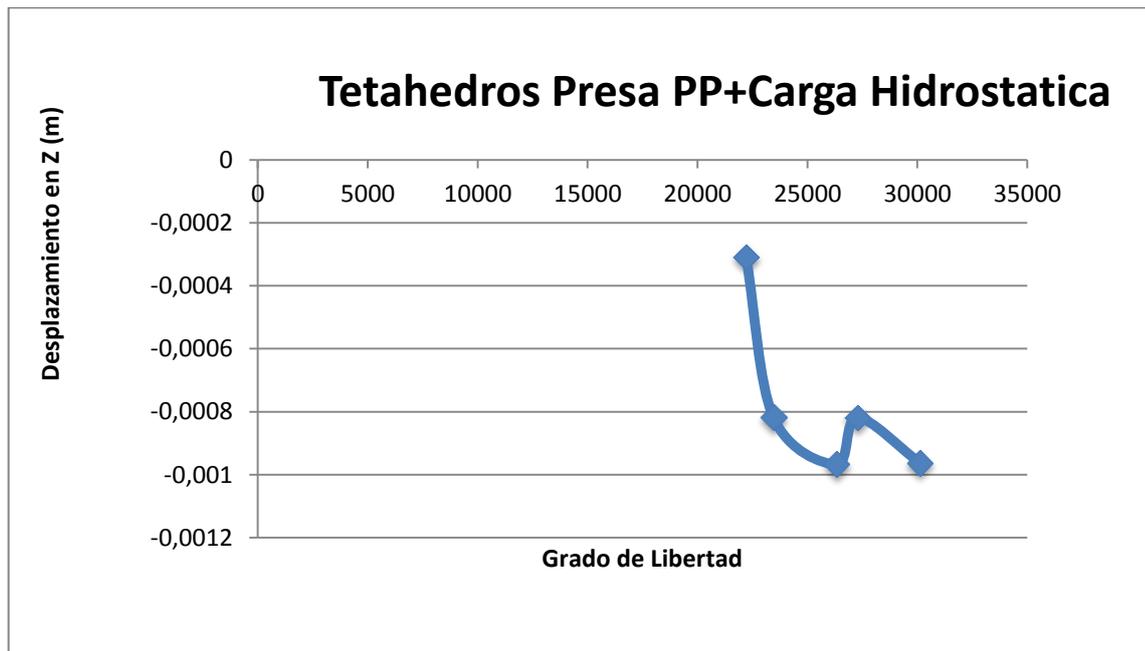


Grafico de Convergencia

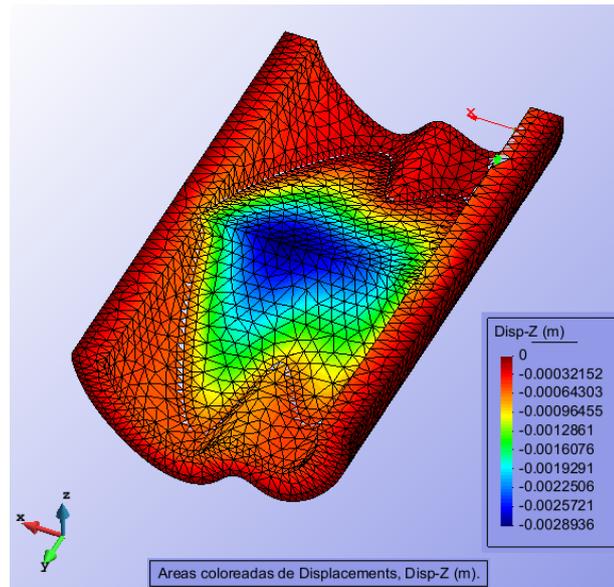
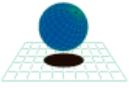


Figura 3.32 Desplazamientos en Z

En este caso vemos los desplazamientos en z, aunque cabe destacar que el valor que buscamos es el donde haremos lo mismo que se hizo para el problema anterior, seleccionaremos un punto crítico y de ahí vamos a hacer los análisis la presa, y ese en el que vamos a analizar.

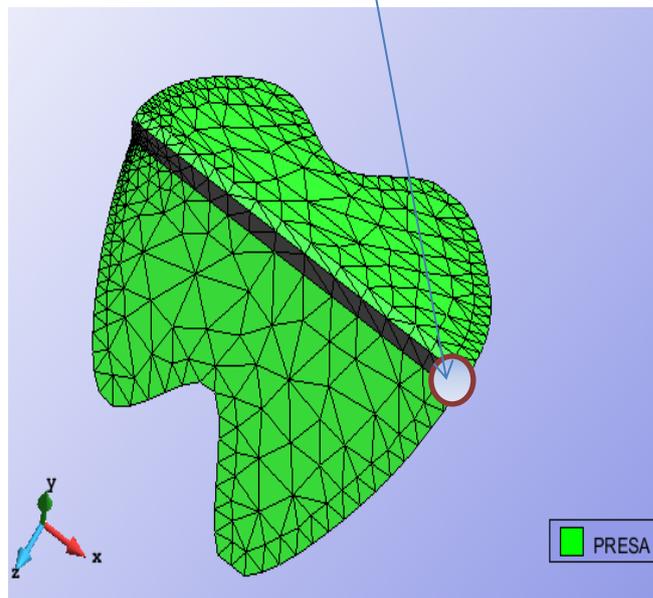


Figura 3.33 Punto a analizar de la presa

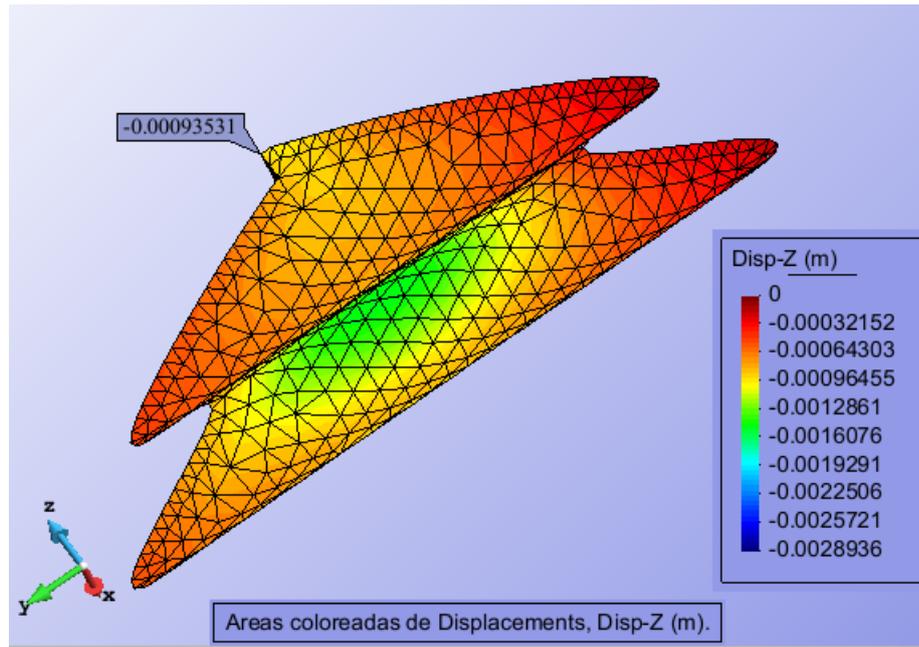
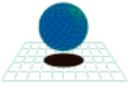
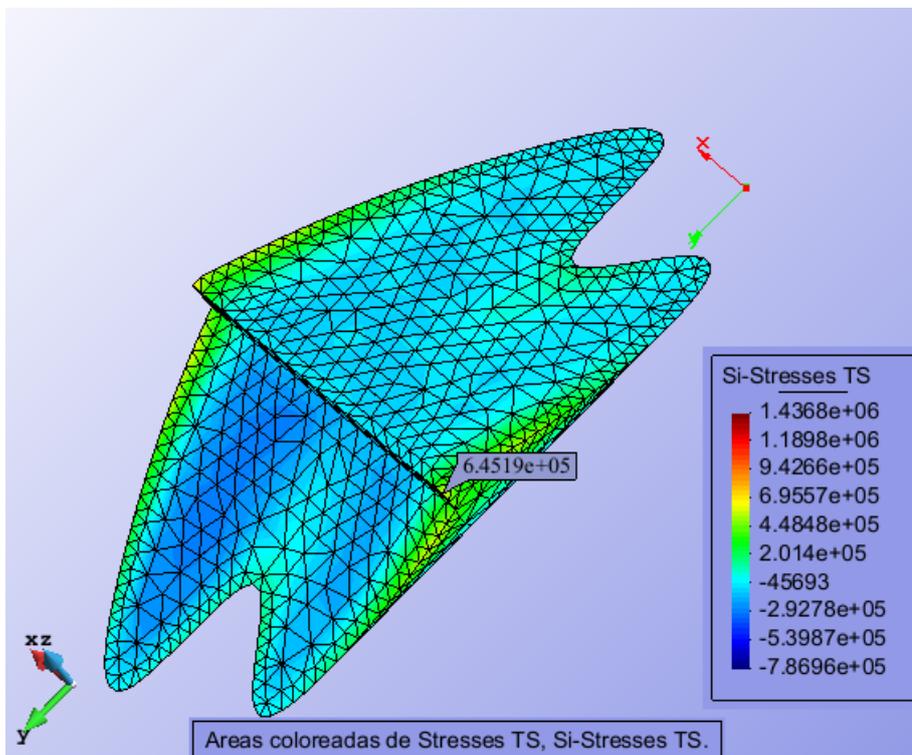


Figura 3.34 Desplazamientos en Z

En la figura a continuación se muestra las tracciones máximas, donde se visualiza que las mismas no superan las tracciones permitidas de 1.5 Mpa. Las presas de materiales sueltos, se comportan como presa de gravedad, predominando las compresiones, en la misma.



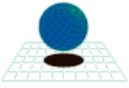


Figura 3.35 Tracciones maximas Si no superan lo pedido.

Aunque es un poco exagerado la deformada que ocurre en la presa, en la figura 3. con la selección de nivel o grado de deformacion que nos da el programa GID por defecto, podemos ver varios niveles de deformacion que sufre la presa. En la figura 3.30 tambien se observa el mismo comportamiento que sufre la presa.

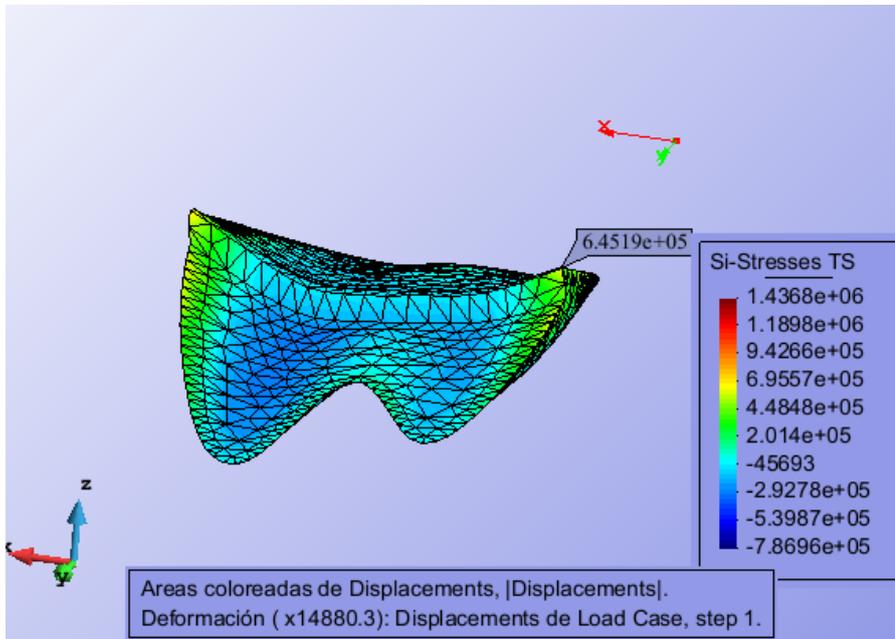


Figura 3.36.Tracciones máximas Si vs Deformada en la presa

Aunque en este caso cabe destacar de que no nos piden este ejemplo de las compresiones máximas, solo para ver cómo se comporta la presa y como se puede observar en la figura 3.37, el estado de compresión en cual la presa está sometida casi en su totalidad.

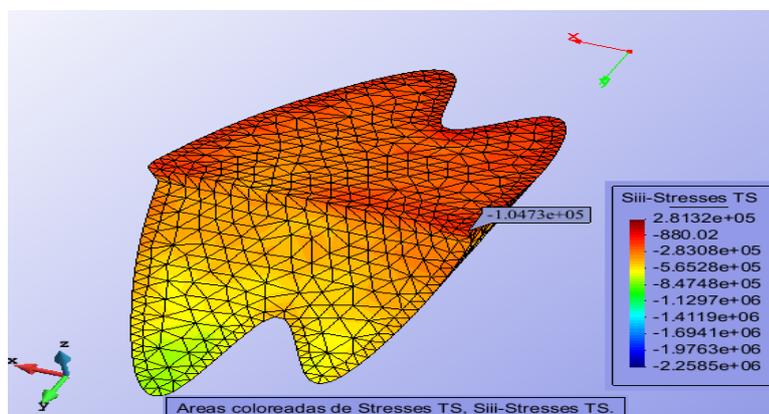
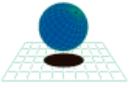


Figura 3.37 Compresiones máximas Siiii en la Presa



3.5 Análisis de Convergencia-3D Solo Peso Propio+ Carga Hidrostática

Para este caso, se realiza un análisis de convergencia sobre el desplazamiento máximo en Y con varios tipos de refinamientos con elementos. Se muestran los resultados de las tracciones máximas, las cuales no superan los 1.5 Mpa, en ninguna parte de la presa. Estos resultados se muestran en la tabla

3

TETRAHEDROS DE TRES NODOS PP+ Carga Hidrostática					
Número de Nodos	Grado de Libertad	Número de Elementos	Tamaño Malla	Desplazamiento en Z (m)	Si (Pa)
6862	20586	31549	13	-0,00093531	6,45E+05
5800	17400	26225	14	-0,00091761	6,76E+05
4872	14616	21707	15	-0,00092652	5,53E+05
4143	12429	18092	16	-0,00091378	5,46E+05
2497	7491	10222	20	-0,00090438	5,26E+05

Tabla 4 + Cargas hidrostática y peso propio

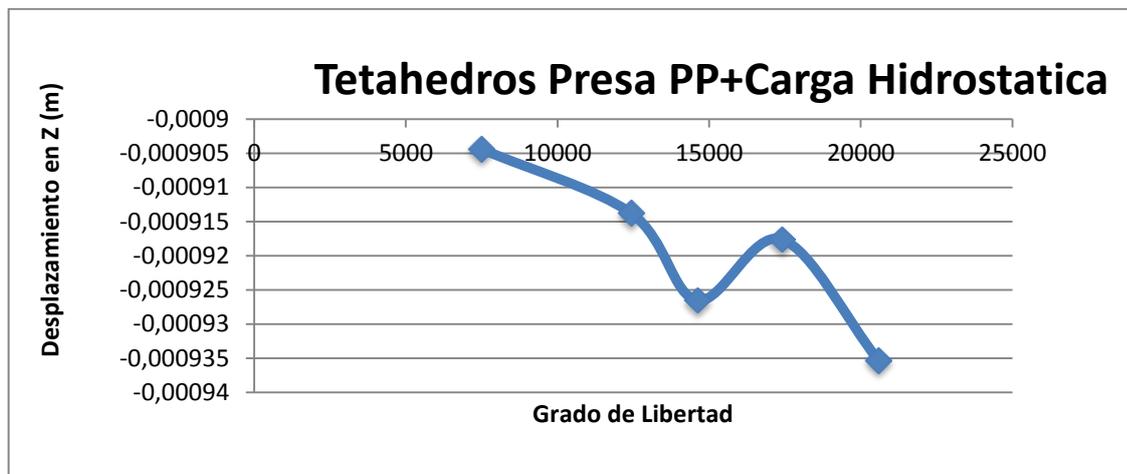
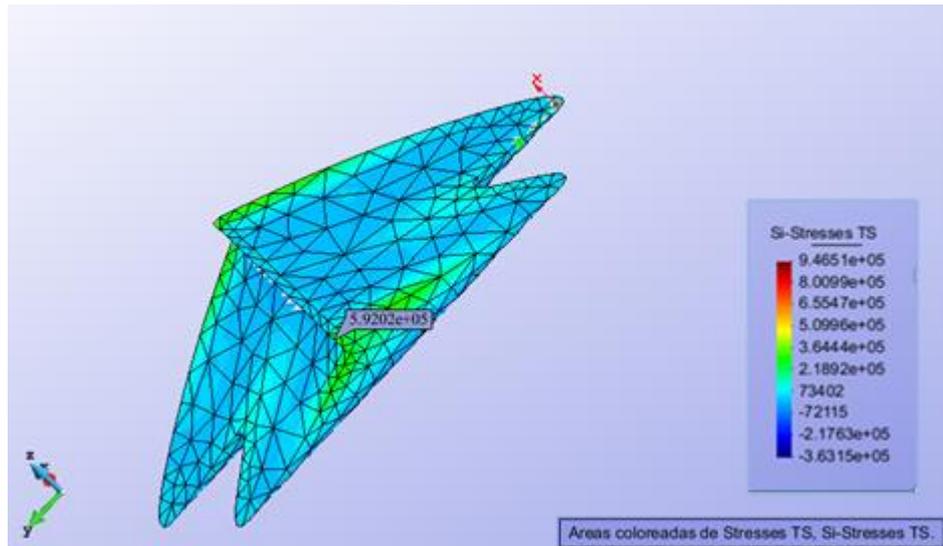
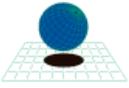


Figura 1.24.Grafico de Convergencia

En la figura a continuación se muestra las tracciones máximas, donde se visualiza que las mismas no superan las tracciones de 1.5 Mpa, pero que si se están acercando a este límite.



Figura

3.38. Tensiones Máximas en la Presa

La figura a continuación muestra el estado de compresión en la presa sometida a cargas, se puede deducir de la figura que las compresiones no superan los 1.5 Mpa. El color rojo representa tracción en gran parte de la presa, y una menor concentración de compresiones en la misma.

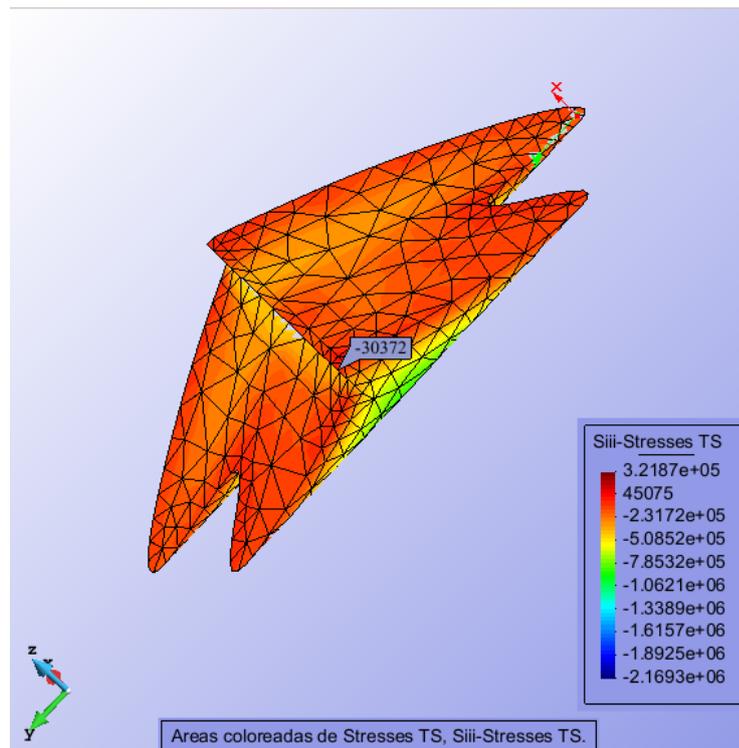
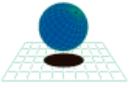


Figura 3.39 Compresiones Máxima en- la Presa



3.6 Conclusiones

De acuerdo con los resultados obtenidos de los diferentes análisis realizados a la presa tanto con la teoría de elasticidad bidimensional como la teoría de sólidos tridimensionales, concluyo que la ejecución de la presa con pendientes de valores de pendiente $m=n=2.5$, se puede ejecutar los trabajos de construcción de la presa sin que se produzcan tracciones mayores a 1.5 MPa.

Si tomamos en cuenta la optimización de los materiales al realizar la presa con la mínima pendiente permitida, contribuyendo así, a un ahorro económico a nuestro cliente. Por otro lado, la condición más desfavorable de carga a la que estaba sometida la presa era la de peso propio mas cargas hidrostática como era de esperar. Con estas cargas, los desplazamientos fueron mayores, al igual que las atracciones y compresiones a los que estaba sometida la estructura como se puede ver en la tabla 4

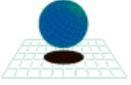
Conclusiones Generales

En los dos trabajos e observó que los desplazamientos convergen al resultado exacto más rápidamente, el criterio de tracción exigido se cumplió también teniendo en cuenta la concentración de tracciones en las presas.

De acuerdo con los criterios aprendidos en esta asignatura, se utilizó un mallado de elementos tetraédricos para la desratización. Esto conlleva a un ahorro de tiempo a la espera de los resultados, ya que si se realizaba con elementos triangulares normales en la teoría tridimensional, hubiésemos agotado muchos recursos en esta etapa del análisis. Otra ventaja de este elemento es su versatilidad a adaptarse a geometrías complejas de, de ahí la elección de este.

El análisis tridimensional, se realizó con fines de poder comparar los resultados obtenidos con el diseño de dos dimensiones. Mediante la implementación de estas dos teóricas se obtuvieron resultados similares y dentro de los valores señalados en el ejercicio. Durante el análisis, se observó que la presa trabaja a compresión casi en su totalidad.

Este comportamiento se cumple en ambas teorías, sin embargo, el análisis tridimensional arroja valores más elevados debido a una mayor aproximación a condiciones reales.



Dichos métodos son de gran consideración para el análisis de estructuras, en estado bidimensional y en tres dimensiones, etc. Es importante reconocer la importancia y la utilidad del elemento finito para el análisis.