

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE CATALUÑA
MÁSTER EN INGENIERIA ESTRUCTURAL Y DE LA CONSTRUCCIÓN

PRESA S-16 Y PLACA L-74

Ingeniería Estructural



Kelly Piminchumo Moya

09/06/2015

Contenido

PRESA S-16	1
1. Análisis bidimensional	2
1.1 Aspectos teóricos del método de resolución	2
1.2 Parámetros de la presa	2
1.3 Geometría	3
1.4 Condiciones de Contorno	3
1.5 Material	4
1.6 Tipo de Problema	4
1.7 Carga de Peso Propio	5
1.8 Carga de Peso Propio y Empuje Hidrostático	8
1.9 Consideraciones	11
2. Análisis Tridimensional	12
2.1 Aspectos teóricos del método de resolución	12
2.2 Parámetros de la presa	12
2.3 Geometría	12
2.4 Condiciones de Contorno	13
2.5 Material	13
2.6 Tipo de problema	14
2.7 Cara de Peso Propio	14
2.8 Carga de Peso Propio y Empuje Hidrostático	17
2.9 consideraciones	20
PLACA L-74	21
3. Aspectos teóricos del método de resolución	22
4. Geometría	22
5. Condiciones de Contorno	23
6. Material	23
7. Tipo de problema	24
8. Carga de Peso Propio	24
8.1 Discretización del modelo	24
8.2 Resultados	24
8.3 Análisis de convergencia	25
9. Carga de Peso Propio y Carga Uniforme	27
9.1 Discretización del modelo	29

9.2 Resultados	30
9.3 Análisis de convergencia	31
10. Consideraciones	31

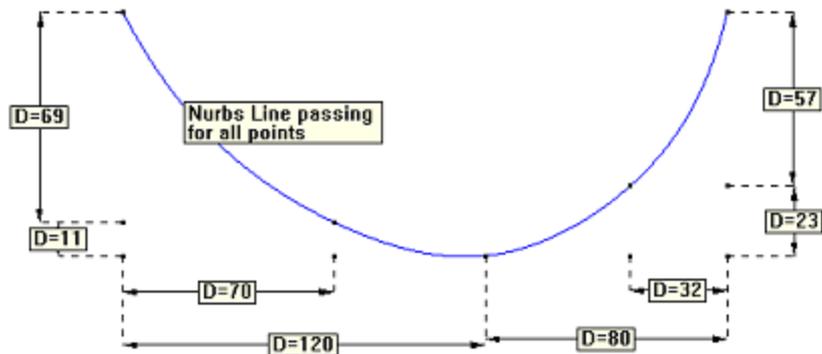
PRESA S-16

Dimensionar y calcular una presa de hormigón de 80 m de altura. La anchura en coronación debe ser de 4m. con las restricciones geométricas que se indican.

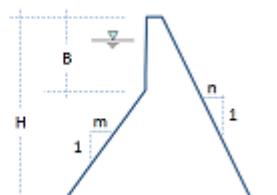
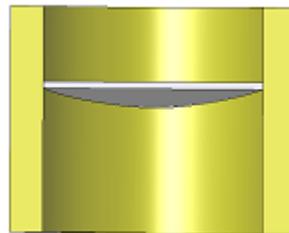
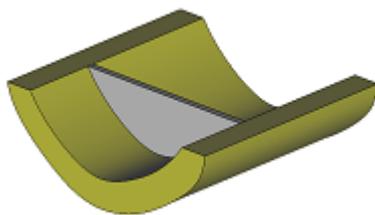
Realizar el proyecto mediante un análisis bidimensional y posteriormente en 3D para verificar el diseño utilizando en ambos casos las siguientes hipótesis:

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto de la presa no deben superar 2 MPa
- 2) El peso específico del hormigón es de 25000 N/m³ y del terreno es de 20000 N/m³
- 3) El Modulo de elasticidad del hormigón a usar es de 22 G N/m² y el coeficiente de poisson es de 0,20
- 4) Base empotrada en el terreno
- 5) Cimentación en terreno homogéneo. Modulo de elasticidad: 37 G N/m² y coeficiente de poisson 0,30.
- 6) Cargas actuantes:
 - a) Peso propio
 - b) Peso propio + empuje hidrostático en presa y cimentación (altura del agua 77 metros)

El perfil del emplazamiento es el que se muestra:



La sección de terreno tiene un ancho de 30 metros y un desarrollo de 200 metros



$$\begin{aligned} 2.0 < m < 4.0 \\ 2.0 < n < 3.5 \\ 0.1 H < B < 0.3 H \end{aligned}$$

1. Análisis bidimensional

1.1 Aspectos teóricos del método de resolución

El objetivo de esta práctica es dimensionar la presa para que las tensiones en cualquier punto de la presa no se vean sometida a una tracción superior a 2Mpa. Esto es debido a que el hormigón como material estructural es muy débil ante tensiones de tracción, por ello se ha de controlar este límite.

Una decisión importante a tomar ante un análisis de elementos finitos, es la elección del tipo de modelo a utilizar. En este caso, el ejercicio se plantea como un problema Bidimensional de Deformación Plana, ya que el espesor de la presa es muy pequeño en comparación a su longitud, así forma un prisma con cargas repartidas a lo largo de su longitud.

Una de las ventajas de la teoría de elasticidad bidimensional es que permite el estudio de los problemas de tensión y deformación plana de forma unificada.

La expresión del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV) para problemas bidimensionales es la siguiente:

$$\iint_A \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} t dA = \iint_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} t dA + \int_l \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} t dl + \sum_{i=1}^n \delta \mathbf{u}_i^T \mathbf{p}_i$$

Será resuelta por medio del método de elementos finitos.

1.2 Parámetros de la presa

El objeto de análisis es una presa de hormigón situada en un terreno de material homogéneo cuyas características mecánicas han sido proporcionadas anteriormente.

El espesor del terreno es de 30 metros y un desarrollo de 200 metros. En cuanto al talud, se ha optado por los siguientes valores.

$$2,0 < m < 4,0$$

m=2 Aguas abajo

$$2,0 < n < 3,5$$

n =2 Aguas arriba

$$0,1 H < B < 0,3H$$

$$B=0,3*80= 24m$$

Para realizar este problema se ha utilizado el software GID v.12.0.4

1.3 Geometría

La presa tiene una altura de 80 metros y 276 metros de base, una coronación de 4 metros, acorde a los taludes escogidos anteriormente así como también una coronación de 4m.

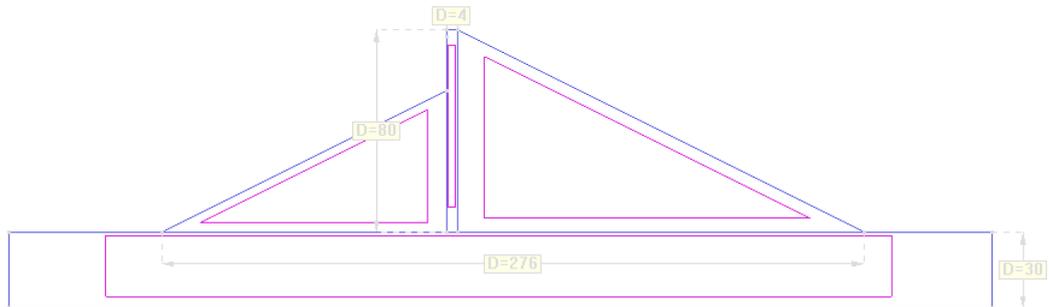


Figura 1. Geometría de la Presa 2D

1.4 Condiciones de Contorno

Las condiciones de contorno impuestas en el problema se han aplicado al contorno del terreno que aguanta la presa. Las restricciones impuestas son las siguientes:

- Desplazamiento nulo en dirección X de los lados del contorno (Color verde).
- Desplazamiento nulo en dirección X e Y en la base del terreno (Color amarillo).

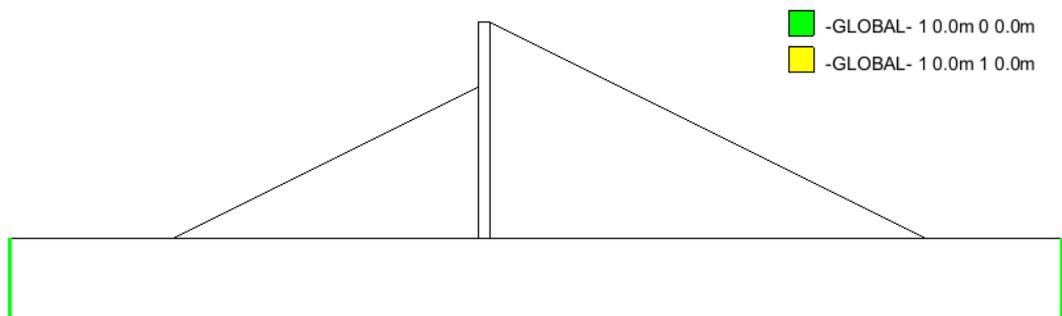


Figura 2. Condiciones de Contorno

Además cabe destacar que se ha elegido un ancho adecuado para el cálculo con el objetivo de que las condiciones de contorno no afecten a los resultados. Para esto, se ha usado las isóneas de desplazamientos en dirección Y, cuya estabilidad nos indica del correcto ancho de terreno.

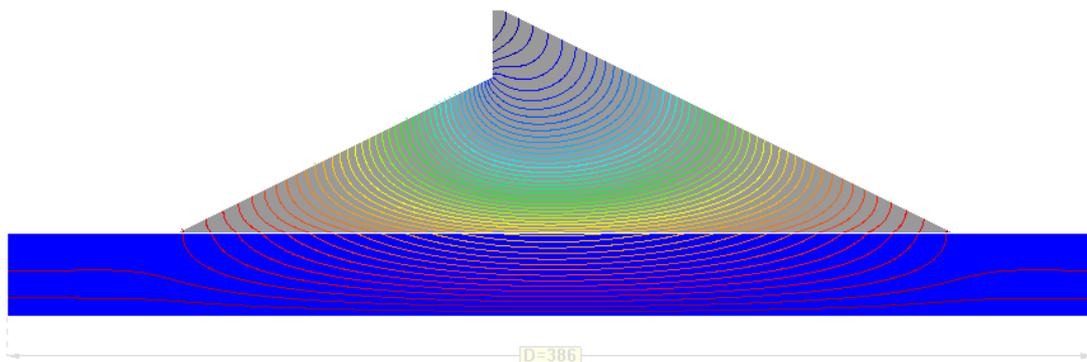


Figura 3. Isóneas de desplazamientos en dirección Y

Como se puede observar en la figura 3, el ancho elegido de 386 metros es óptimo ya que no existen perturbaciones cerca del contorno del terreno debido a la estabilidad de las isóneas. Así de esta manera los desplazamientos verticales no afectarán a la solución de la presa.

1.5 Material

La presa está hecha de hormigón sobre un terreno homogéneo cuyas propiedades mecánicas son las siguientes:

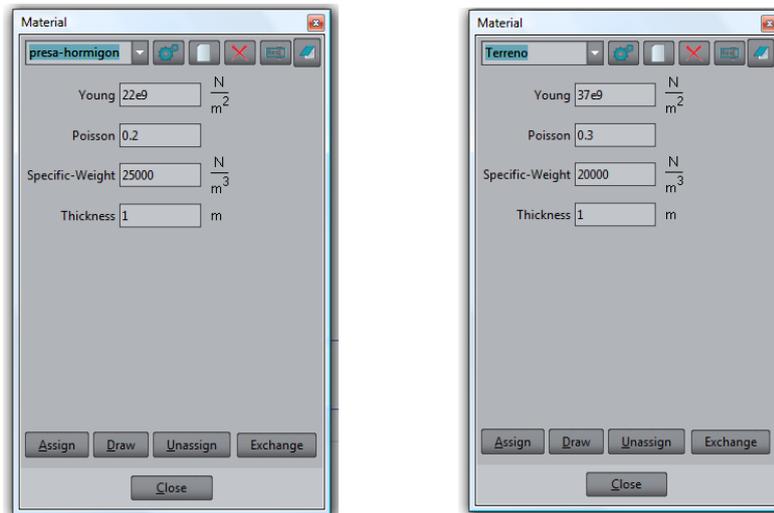


Figura 4. Materiales de la Presa y el Terreno

Como se observa en la figura 4, se ha considerado espesor unidad porque se está modelizando con la teoría de Deformación Plana.

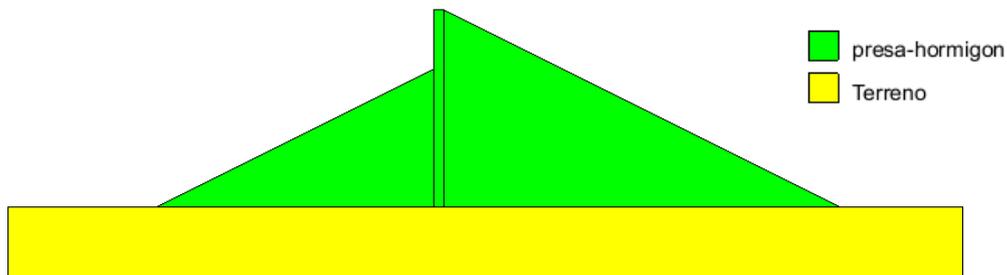


Figura 5. Materiales

1.6 Tipo de Problema

Se ha utilizado la aplicación RamSeries:2D/PlanteState para problemas de deformación plana en el cual se incorporan las ecuaciones anteriormente descritas (apartado 1.1) ya que considera nula la deformación en dirección Z.

En cuanto a las cargas se han estudiado dos casos: Peso Propio y Peso Propio con Empuje Hidrostático en presa y terreno.

1.7 Carga de Peso Propio

Se ha estudiado este caso en primer lugar y se ha comprobado si las tensiones de tracción superan 2MPa, en dicho caso se hubiera tenido que volver a dimensionar la presa con diferentes taludes aguas arriba y abajo.

1.7.1 Discretización del modelo

Se ha generado una malla con un tamaño de elemento de 5m, a partir de aquí se ha refinado la malla poco a poco para conseguir la convergencia de los resultados. Los elementos finalmente utilizados son triangulares de 3 nodos.

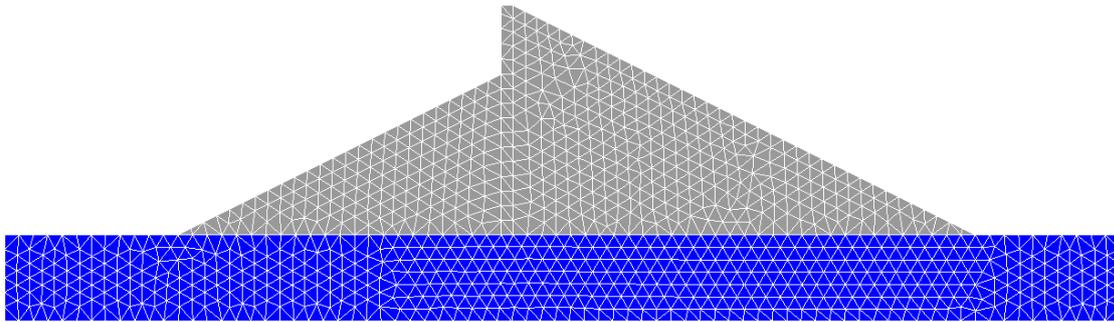


Figura 6. Discretización con malla de 5m

Una vez realizado el mallado, se ha procedido con el cálculo de la estructura mediante el método de elementos finitos y refinamiento de diferentes mallas con su posterior resultado.

1.7.2 Resultados

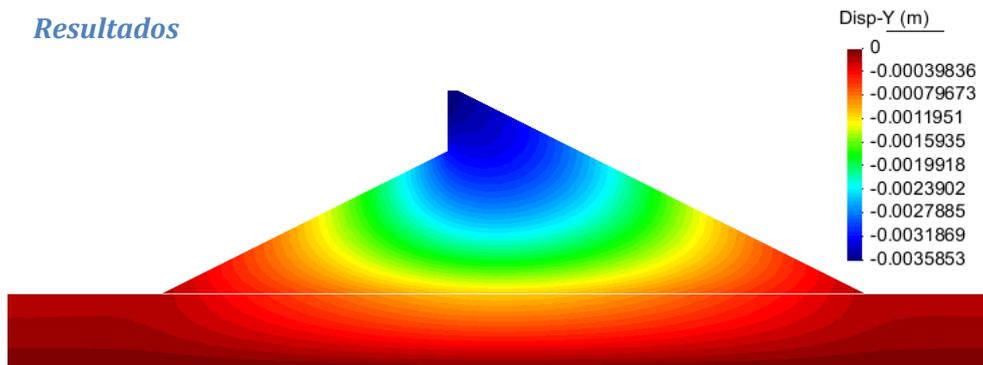


Figura 7. Desplazamientos verticales (m)

Se puede observar todos los desplazamientos verticales de cada uno de los puntos de la presa. Y el desplazamiento vertical máximo se encuentra en la coronación, siendo de 3,58 mm.

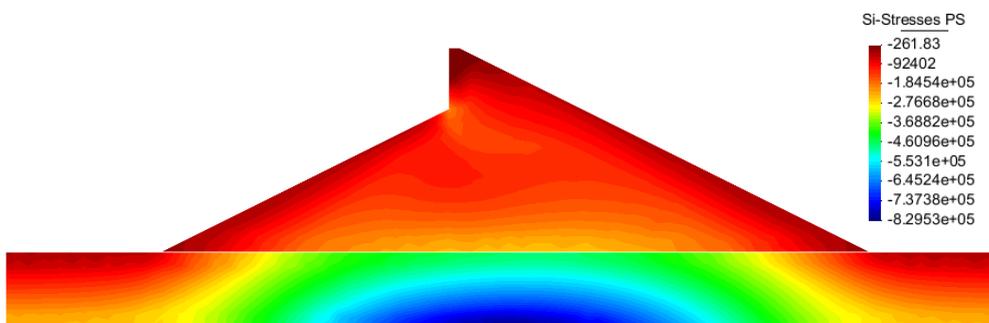


Figura 8. Tensiones Principales de Tracción σ (N/m²)

En la figura 8, se comprueba que el límite de 2MPa se cumple para la presa bajo la carga de peso propio ya que la tracción máxima es de -261,83 N/m². Por lo tanto, se puede casi afirmar que ningún punto de la presa trabaja a tracción.

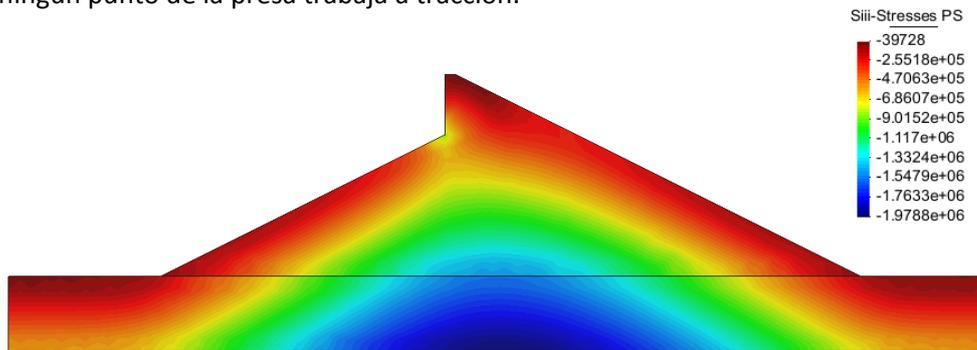


Figura 9. Tensiones Principales de Compresión σ_{III} (N/m²)

Sin embargo, se observan tensiones de compresión en la parte superior del trasdós y desde el centro de la presa hasta la parte inferior, esto es debido a que la presa se deforma dirección aguas arriba. Se recuerda que la única carga que actúa es el peso propio, entonces estos resultados se han considerado coherentes.

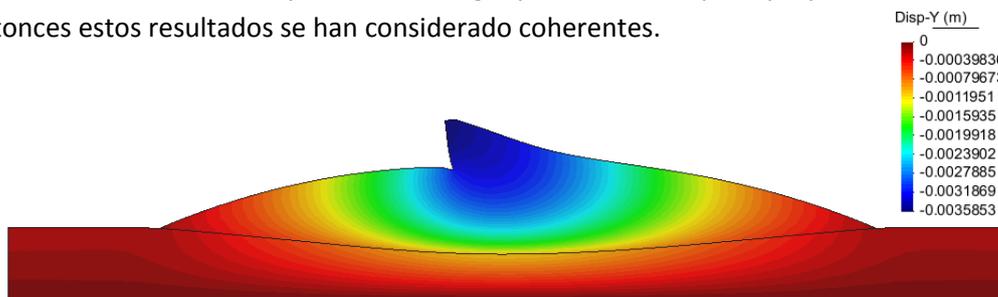


Figura 10. Deformada de la presa (m)

Con la figura 10 se confirma los resultados anteriores ya que la presa se inclina aguas arriba así comprimiendo la parte superior del trasdós.

Finalmente se observa la dirección de las tensiones principales σ_I y σ_{III} donde predomina sobre todo las compresiones.

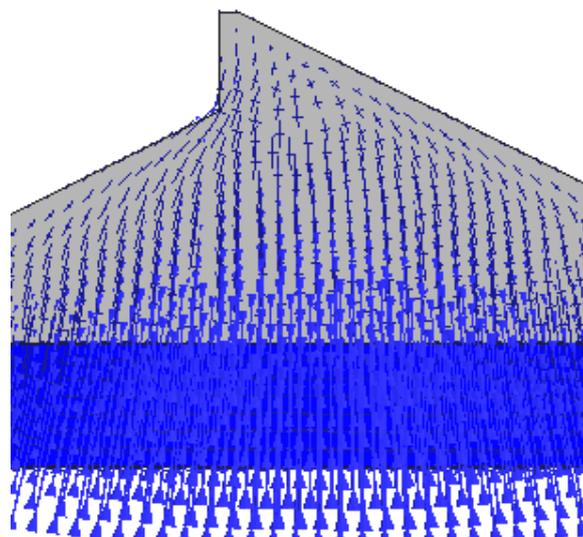


Figura 11. Dirección de las tensiones principales

1.7.3 Análisis de Convergencia

Una vez demostrados los resultados, se ha analizado diversos puntos de la presa para estudiar su convergencia.

Punto A: Se han analizado los desplazamientos verticales de la coronación.

Punto B: Se han analizado las tensiones principales de compresión de la parte inferior del trasdós.

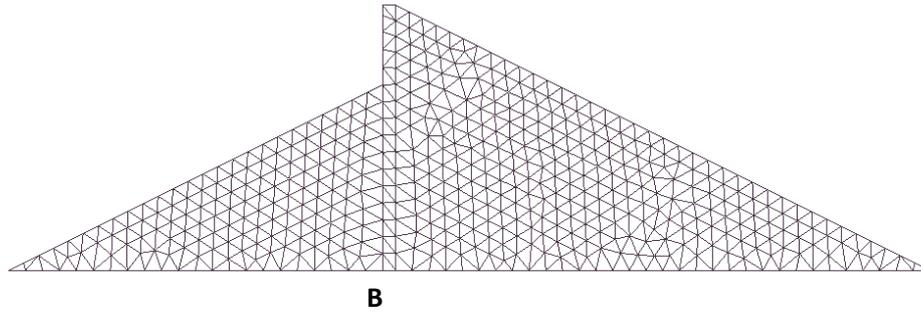


Figura 12. Puntos a analizar

A continuación se adjuntan las tablas de convergencia.

Nodos	Punto A	Punto B
	Asiento(mm)	σ_{III} (MPa)
1044	3,58540	-1,4187
2797	3,61190	-1,4395
6236	3,62620	-1,4603
24708	3,63640	-1,4701

Gracias a esta tabla se observa como los resultados van convergiendo.

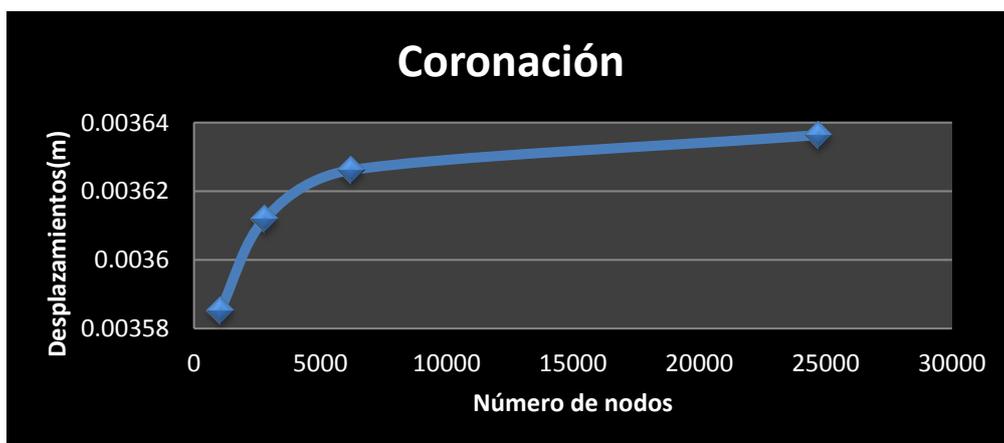


Figura 13. Convergencia de los desplazamientos de la coronación

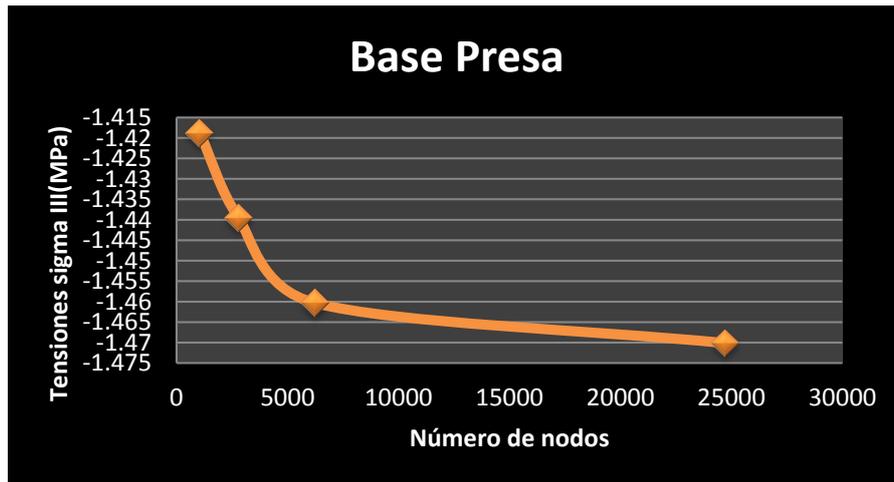


Figura 14. Convergencia de σ_{III}

1.8 Carga de Peso Propio y Empuje Hidrostático

En este apartado se ha tenido en cuenta el efecto del empuje de agua sobre la presa y el terreno. Se ha seguido con el límite de 2 MPa, en caso de que no se hubiera cumplido se hubiera tenido que modificar los taludes.

1.8.1 Discretización del Modelo

Se han seguido los mismos pasos descritos anteriormente en el apartado 1.7.1

1.8.2 Resultados

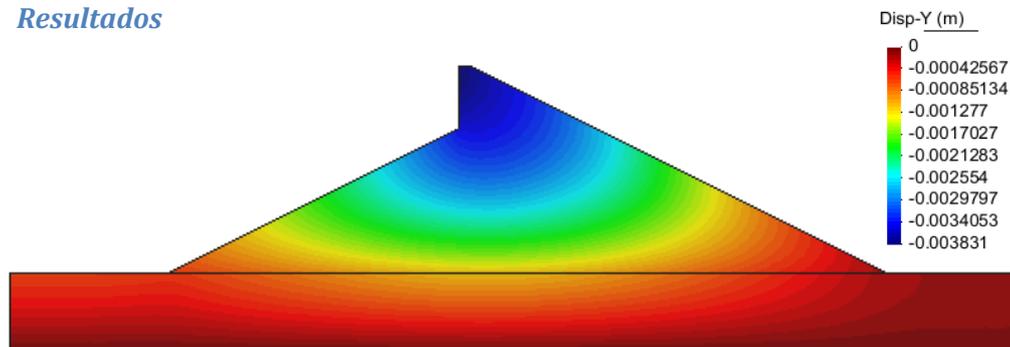


Figura 15. Desplazamientos verticales (m)

Se comprueba en la figura 15, que los mayores desplazamiento se encuentran en la coronación de la presa, debido a la presión de agua sobre el paramento.

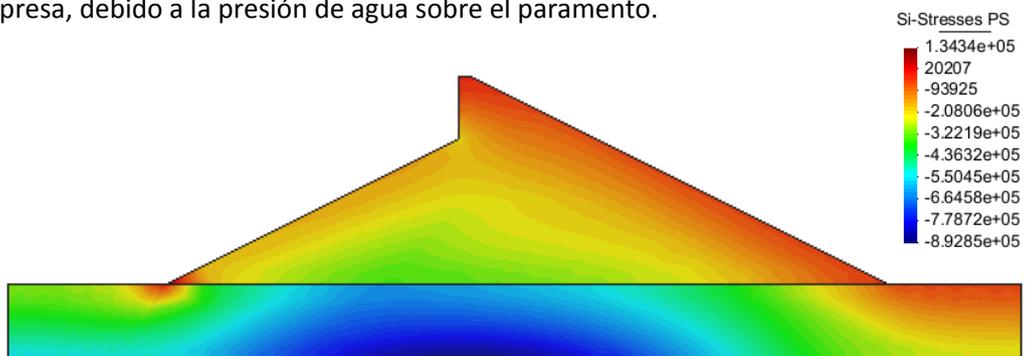


Figura 16. Tensiones principales de Tracción σ_I (N/m²)

Se puede observar en la figura 16 que se cumple el límite de 2MPa para la presa bajo la carga de peso propio y empuje hidrostático ya que la tracción máxima es de $1,34 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$.

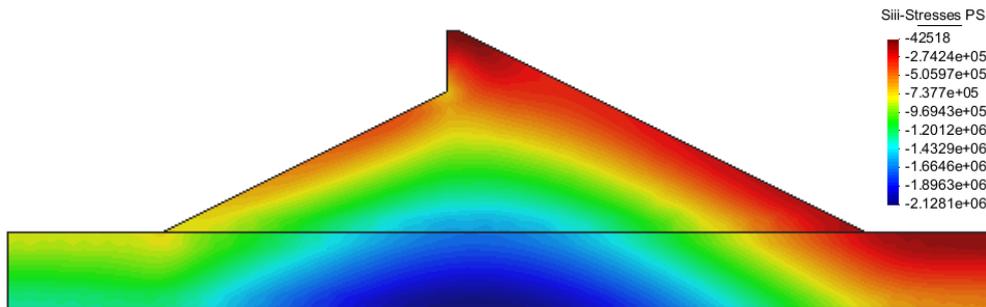


Figura 17. Tensiones principales de Compresión σ_{III} (N/m²)

La figura 17 confirma que tanto la presa como el terreno trabajan principalmente a compresión.

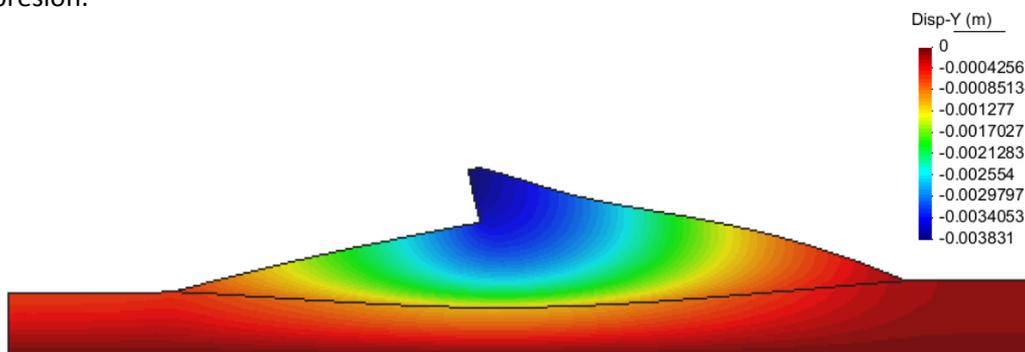


Figura 18. Deformada de la presa (m)

En este caso se puede observar que hay más desplazamientos debido al efecto de la presión hidrostática. El desplazamiento máximo sigue situándose en 3.8 mm

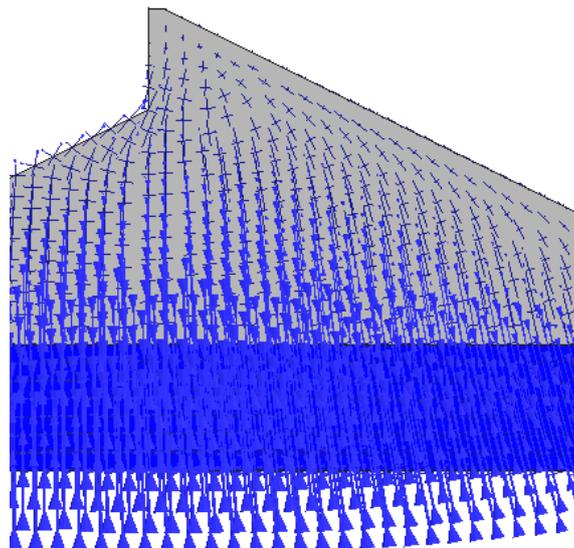


Figura 19. Dirección de tensiones principales

Se comprueba para este caso las direcciones de tensiones principales han cambiado respecto al caso de carga anterior (Peso propio), ya que esta vez hay una carga extra (presión de agua). Además se sigue confirmando la predominancia de las impresiones en todo el modelo.

1.8.3 Análisis de Convergencia

Se han analizado los puntos explicados anteriormente en el apartado 1.7.3 y además se ha añadido un punto más "C". A continuación se adjuntan las tablas de convergencia.

Punto C: Se han analizado los asientos de la base de la presa.

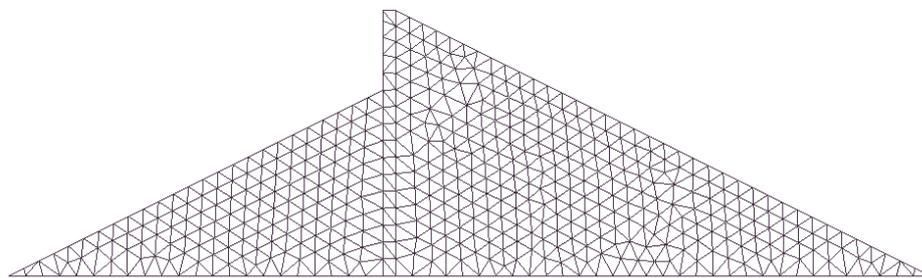


Figura 20. Punto añadido a analizar

Tamaño de Malla(m)	Nodos	Punto A	Punto C	Punto B
		Asiento(mm)	σ_{III} (MPa)	σ_I (MPa)
5	1044	3,83100	-1,5689	0,13434
3	2797	3,85000	-1,5911	0,20303
2	6236	3,86170	-1,6078	0,26026
1	24708	3,86940	-1,6177	0,26012

Gracias a esta tabla observamos como los resultados van convergiendo.

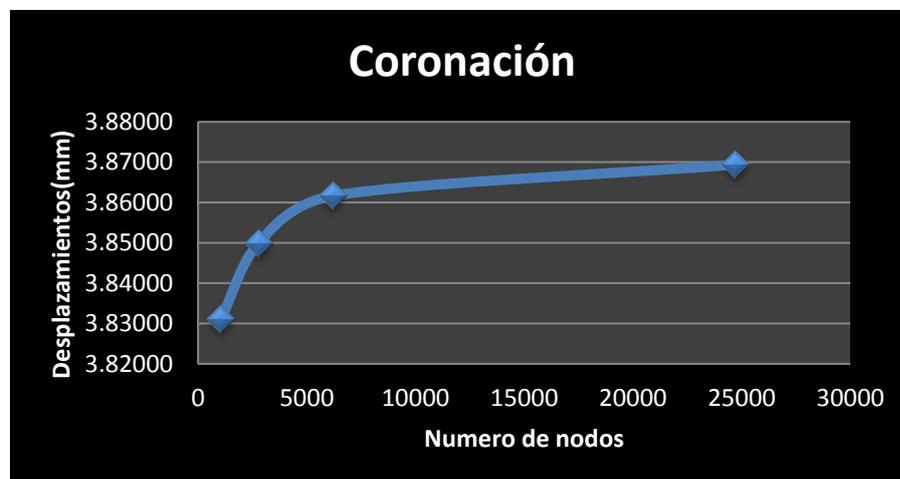


Figura 21. Convergencia de los desplazamientos en la coronación

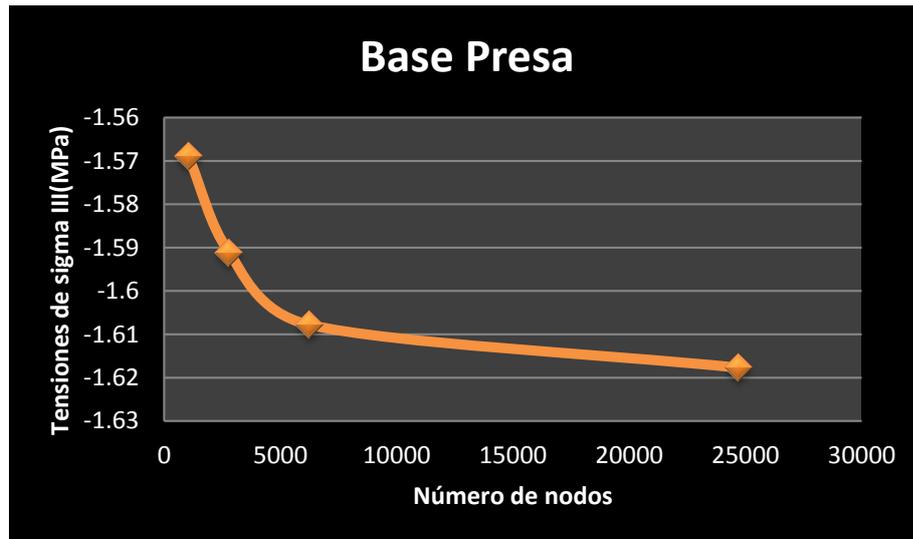


Figura 22. Gráfico de convergencia de oIII

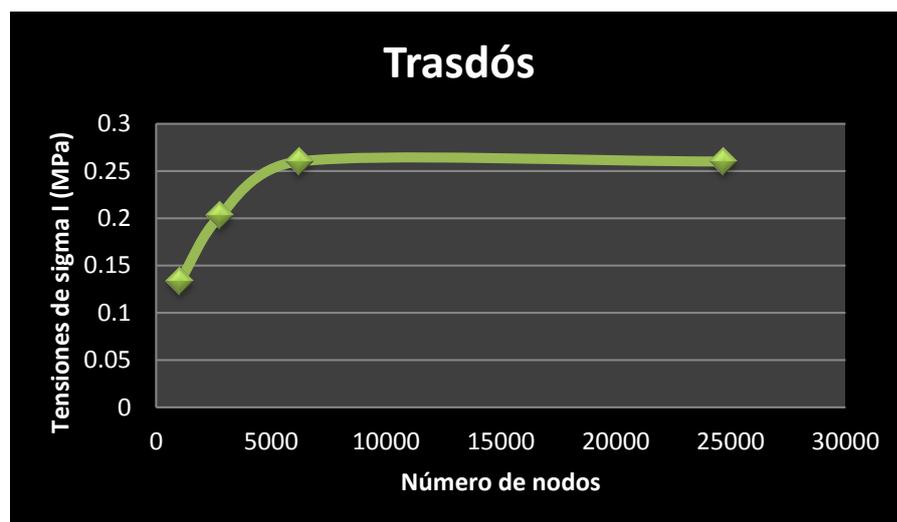


Figura 23. Convergencia de asientos en el trasdós

1.9 Consideraciones

Se confirma para ambos casos de carga, el predominio de tensiones de compresión pero con direcciones ligeramente diferentes.

La deformada de ambos casos son ligeramente diferentes ya que una se deforma hacia a

En cuanto a los desplazamientos máximos, se puede comprobar que es mayor en el primer caso de carga que en el segundo, pero de sentidos opuestos y ambos se dan en la coronación de la presa.

2. Análisis Tridimensional

2.1 Aspectos teóricos del método de resolución

En esta parte de la práctica se ha repetido el mismo procedimiento descrito para el análisis bidimensional, pero teniendo en cuenta de que esta vez es un problema en 3D.

La principal diferencia respecto a 2D es que ahora se consideran 3 grados de libertad (u,v,w). Pese a la relativa sencillez del procedimiento de análisis, los problemas tridimensionales sí que representan un mayor esfuerzo de cálculo por MEF. Dicha dificultad es inherente al tamaño del problema, que pasa de 2D a 3D. Este aumento de dimensión se refleja en un mayor tiempo de cálculo y coste computacional así como también una mayor dificultad para interpretar los resultados.

El uso de este modelo se suele hacer para geometrías complicadas que hacen difícil su simplificación en 2D. En este caso se ha comparado los resultados obtenidos con los anteriores. Se esperaba obtener resultados más realistas ya que ahora la geometría y el cálculo se asemejan más a la realidad.

La expresión del Principio de los Trabajos Virtuales (PTV) para problemas tridimensionales es la siguiente:

$$\iiint_V \delta \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \iiint_V \delta \mathbf{u}^T \mathbf{b} dV + \iint_A \delta \mathbf{u}^T \mathbf{t} dA + \sum_{i=1}^n \delta u_i^T p_i$$

Se resolverá por medio del método de elementos finitos.

2.2 Parámetros de la presa

Los parámetros se mantienen igual que en el apartado 1.2

2.3 Geometría

La geometría es diferente a 2D y pasará que en este caso la geometría es diferente a 2D y pasará a tener más importancia ya que tendremos que tener en cuenta todo el conjunto.

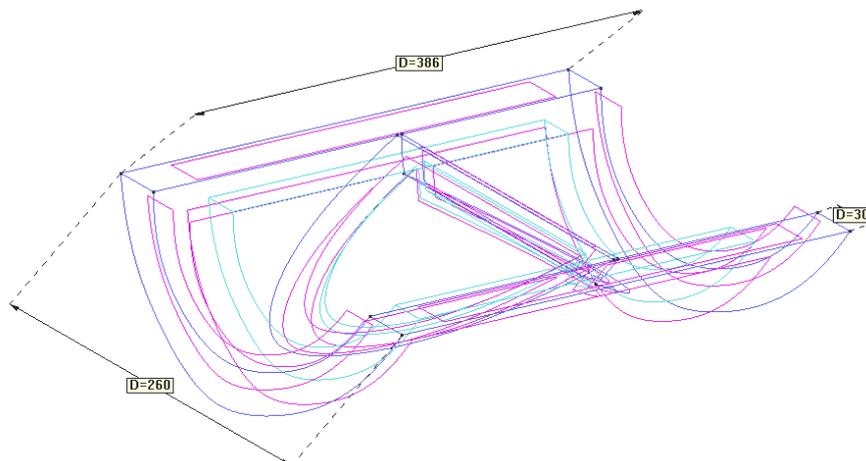


Figura 24. Geometría de la Presa y el Terreno

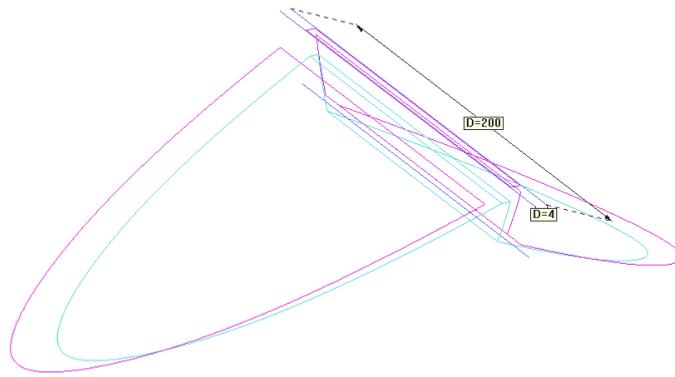


Figura 25. Geometría y dimensiones de la presa

La geometría se sigue manteniendo entonces tanto los taludes aguas arriba y abajo como la base son los del problema bidimensional.

2.4 Condiciones de Contorno

Las condiciones de contorno impuestas en el problema se han aplicado al contorno del terreno que aguanta la presa. Las restricciones impuestas son:

- Desplazamiento nulo en dirección X de los lados del contorno (Color verde).
- Desplazamiento nulo en dirección X, Y, Z en la base del terreno (Color amarillo).

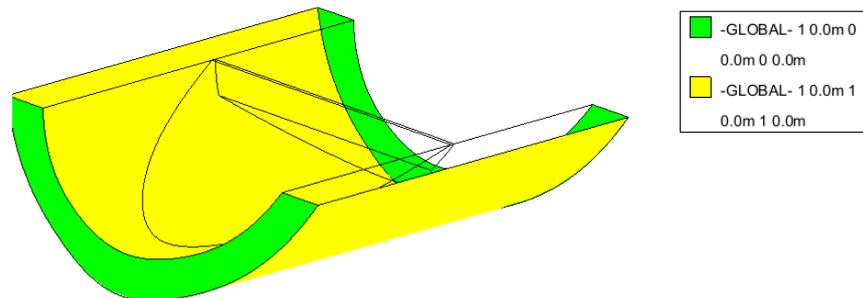


Figura 26. Geometría y dimensiones de la presa

2.5 Material

Se mantiene el material usado en el apartado 1.1.5.

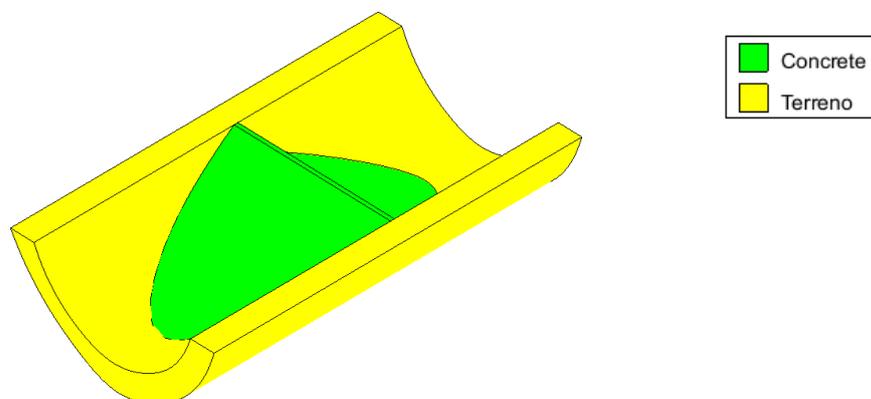


Figura 27. Geometría y dimensiones de la presa

2.6 Tipo de problema

Se ha utilizado la aplicación RamSeries_2D/3D_Solids para problemas tridimensionales en el cual se incorporan las ecuaciones anteriormente descritas (apartado 1.2.1). En cuanto a las cargas se estudiará dos casos: Peso Propio y Peso propio + Empuje hidrostático en presa y terreno.

2.7 Cara de Peso Propio

Se estudiará este caso en primer lugar y se comprobará si las tensiones de tracción superan 2MPa, en dicho caso se tendrá que volver a dimensionar la presa con diferentes taludes aguas arriba y abajo.

2.7.1 Discretización del Modelo

Para ello generamos una malla con un tamaño de elemento de 15m, entonces a partir de allí se refinará la malla poco a poco para conseguir la convergencia de los resultados. Utilizaremos elementos tetraédricos de 4 nodos.

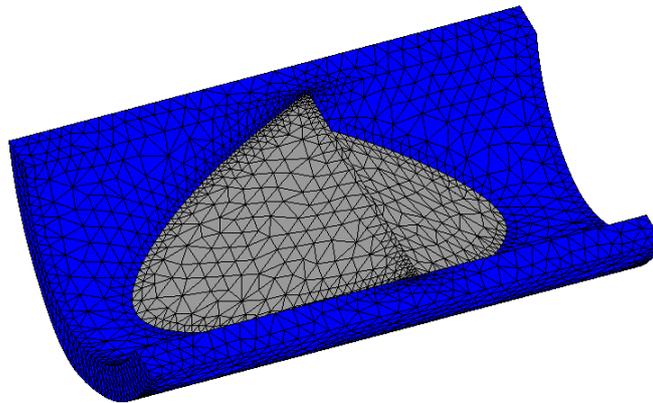


Figura 28. Discretización con malla de 14m

Una vez realizado el mallado, se procede al cálculo de la estructura mediante el método de elementos finitos y refinamiento de diferentes mallas con su posterior resultado.

2.7.2 Resultados

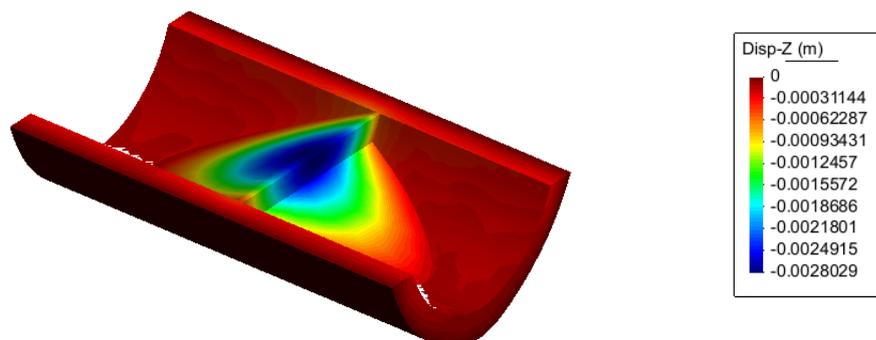


Figura 29 Desplazamientos verticales

Observamos todos los desplazamientos verticales de cada uno de los puntos de la presa. Y el desplazamiento vertical máximo se encuentra en la coronación, siendo de 3 mm y el mínimo se encuentra en el terreno.

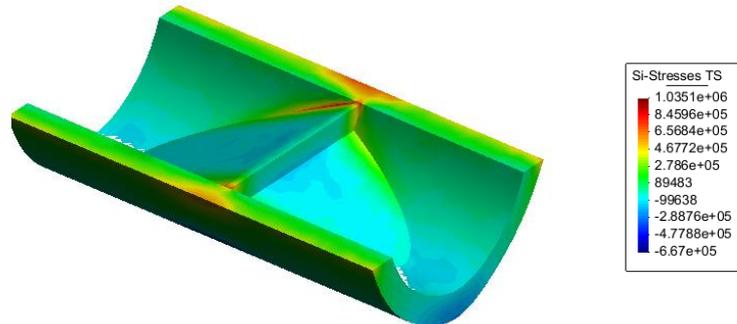


Figura 1. Tensiones Principales de Tracción σ_I (N/m²)

En este gráfico 30, comprobamos que el límite de 2MPa se cumple para la presa bajo la carga de peso propio ya que la tracción máxima es de 1,0351e6 N/m² siendo la que está situada en las esquinas de la unión presa y terreno. Este punto es una zona de concentración de esfuerzos, pero incluso así no supera la tensión límite. También cabe destacar que el conjunto trabaja a compresión.

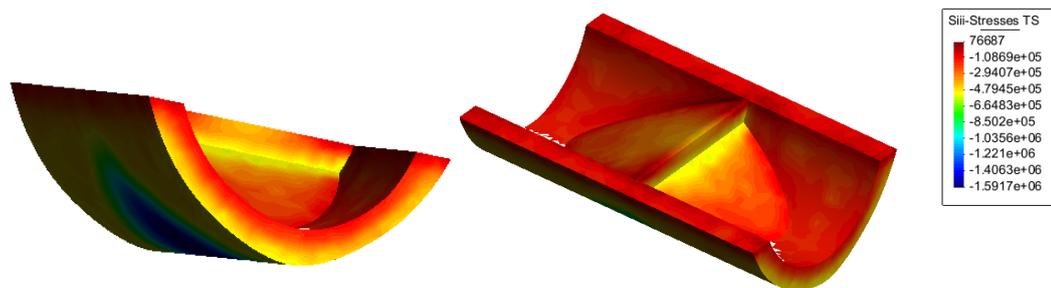


Figura 31. Tensiones Principales de Compresión σ_{III} (N/m²)

No se puede apreciar compresiones relevantes en la presa, excepto en la parte inferior del terreno donde sí se encuentra tensiones de compresión.

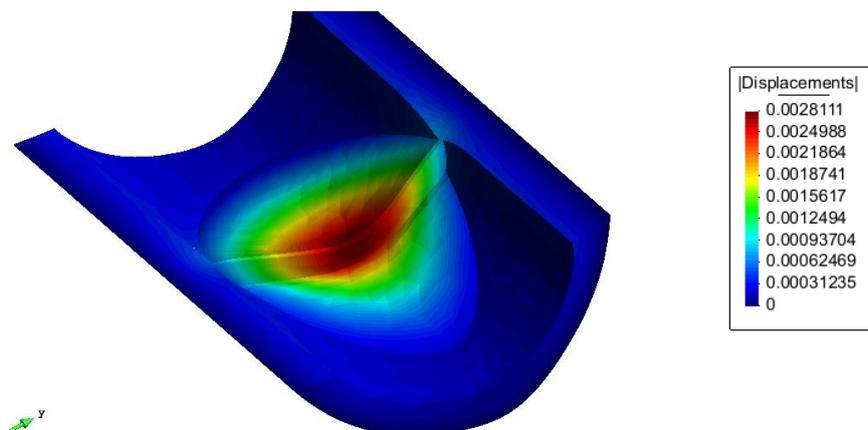


Figura 32. Deformada

En este caso, observamos que la presa se deforma aguas arriba. Considerando solo el peso propio, se trata de un resultado coherente. Por tanto, se deduce que la deformación de la

presa provoca tensiones de compresión en la parte inferior del terreno. El desplazamiento máximo se encuentra en la coronación y es de 2.81mm.

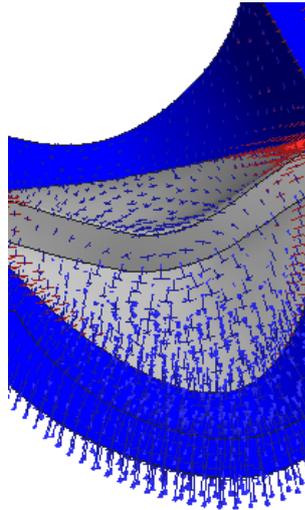


Figura 33. Dirección de tensiones principales, (N/m2)

Observamos en la figura 33 que las direcciones de compresión van hacia aguas arriba por efecto del peso propio y las tensiones principales de tracción van en sentido perpendicular al contacto terreno-presa.

2.7.3 *Análisis de Convergencia*

Una vez demostrados los resultados, se analizarán diversos puntos de la presa para estudiar su convergencia.

Punto A: Se analizarán los desplazamientos verticales de la coronación.

Punto B: Se han analizado las tensiones principales de tracción.

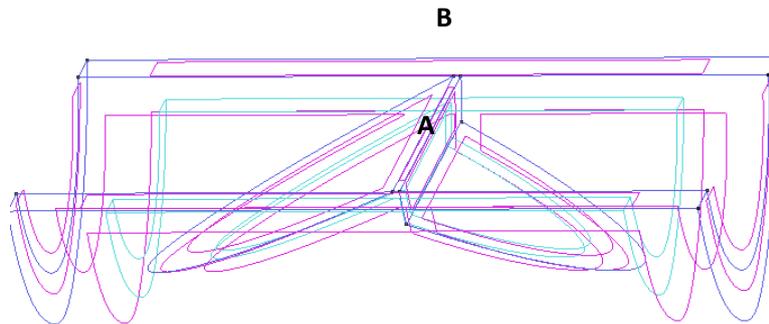


Figura 2. Puntos a analizar

A continuación se adjuntan las tablas de convergencia.

Nodos	Punto A
	Asiento(mm)
1921	0.002679
349	-0.0026244
5305	-0.0028127
12700	-0.0028738

Gracias a esta tabla se observa como los resultados van convergiendo

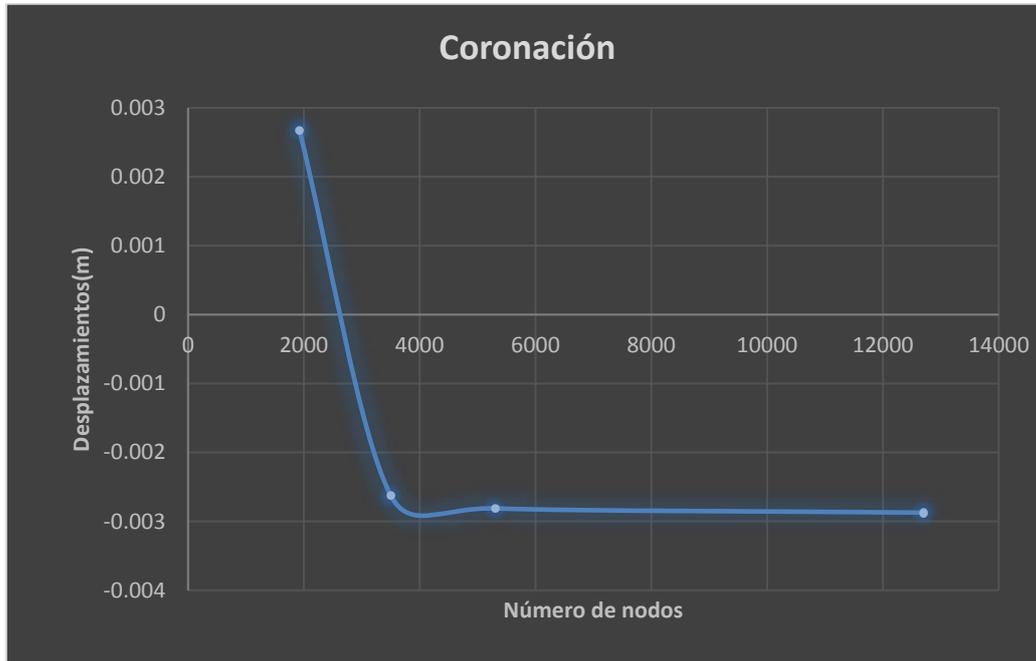


Figura 3. Convergencia de los desplazamientos en la coronación.

En caso del punto B, al tener concentración de esfuerzos se ha ido refinando la malla y hemos obtenido los siguientes resultados. Al no ser objeto de este estudio no se ha tenido en cuenta, sin embargo, se puede ver que tampoco sobrepasa el límite estipulado de 2MPa.

Malla	Punto B
	sigma I (MPa)
3	0.8658
2	0.9940
1	1.1715

2.8 Carga de Peso Propio y Empuje Hidrostático

En este apartado tendremos en cuenta el efecto del empuje de agua que tiene sobre la presa y el terreno. Seguiremos con el límite de 2MPa, en caso de que no se cumpliera se tendría que modificar los taludes.

2.8.1 Discretización del Modelo

Se seguirán los mismos pasos explicados anteriormente en el apartado 2.7.1.

2.8.2 Resultados

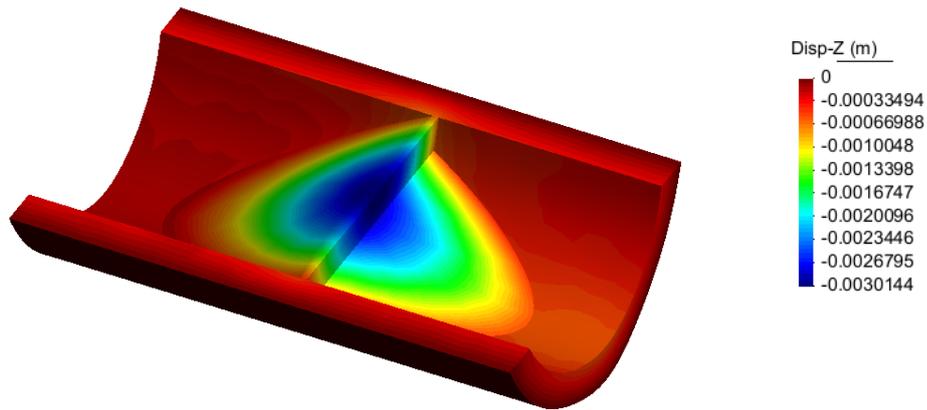


Figura 36. Desplazamientos verticales (m)

Ahora observamos en la figura 36 que el terreno aguas arriba se ve afectado por el peso del agua, por tanto asienta aproximadamente unos 0.66 mm.

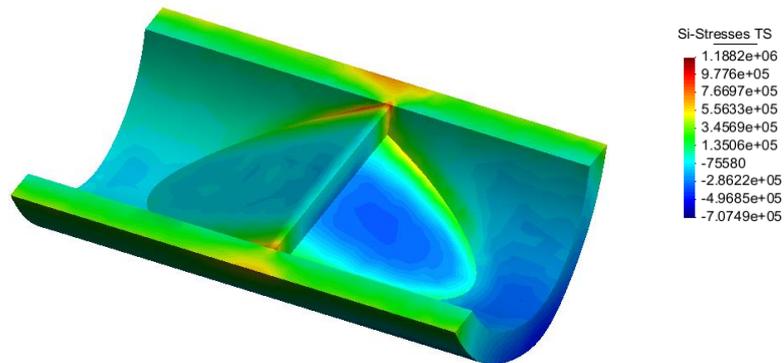


Figura 37. Tensiones Principales de Tracción σ_I (N/m²)

Se nos muestra un panorama parecido al del caso de carga anterior. Hay zonas de concentración de tensiones en la intersección superior presa y terreno. Sin embargo, ninguna de estas tensiones supera el 2MPa. Se puede observar que en el conjunto hay comportamiento a compresión.

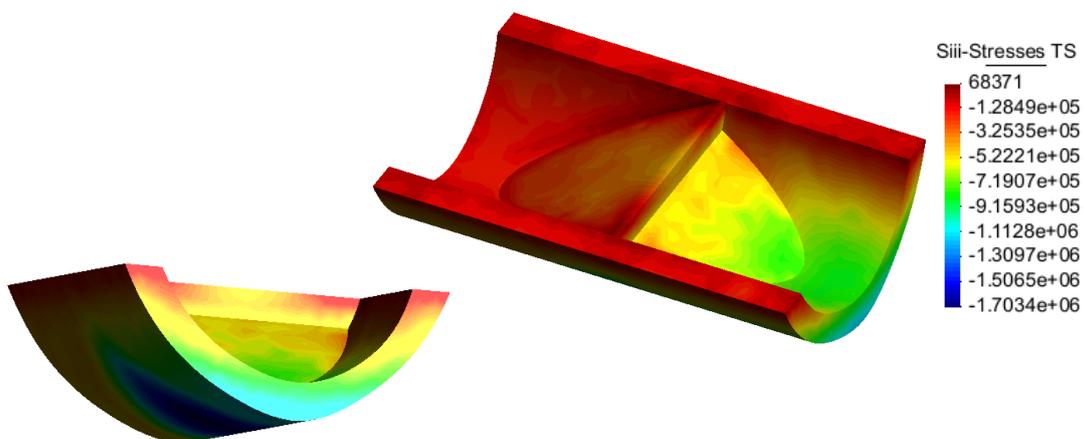


Figura 4. Tensiones Principales de Compresión σ_{III} (N/m²)

Las compresiones se centran en la base del terreno cuyo valor máximo es de -1,7 Mpa.

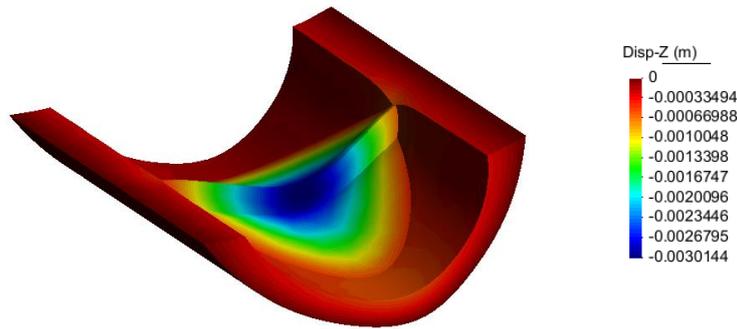


Figura 39. Deformada de la presa (m)

En este caso, observamos que la presa se deforma aguas abajo. Considerando la presión hidrostática, se trata de un resultado coherente. Se deduce que el efecto del agua es mayor que el del peso propio. El desplazamiento máximo se sigue situando en la coronación, 3.01mm.

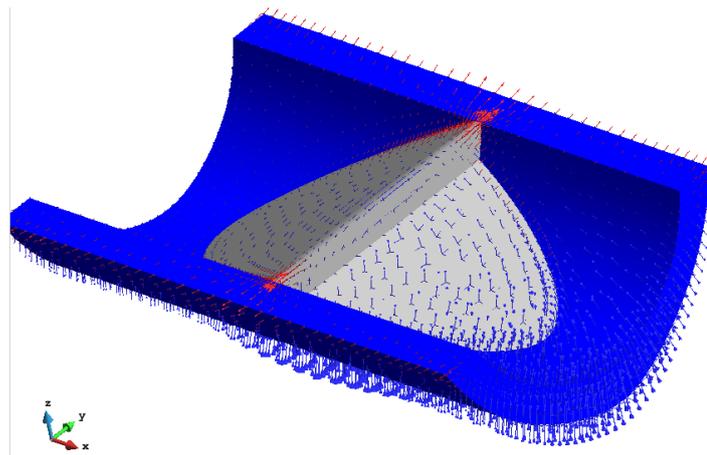


Figura 50. Dirección de las tensiones principales

Observamos en la figura 40 que las direcciones de compresión son ligeramente diferentes ya que están orientadas aguas abajo. Además las direcciones de tracción siguen siendo perpendiculares al contacto presa-terreno.

2.8.3 Análisis de convergencia.

Se han analizado los mismos puntos explicados anteriormente en el apartado 2.7.3 a excepción del punto C. A continuación se adjuntan las tablas de convergencia.

Nodos	Punto A
	Asiento(mm)
2216	-2.8915
3168	-2.9013
5553	-3.0023
12700	-3.1101

Gracias a esta tabla observamos como los resultados van convergiendo.

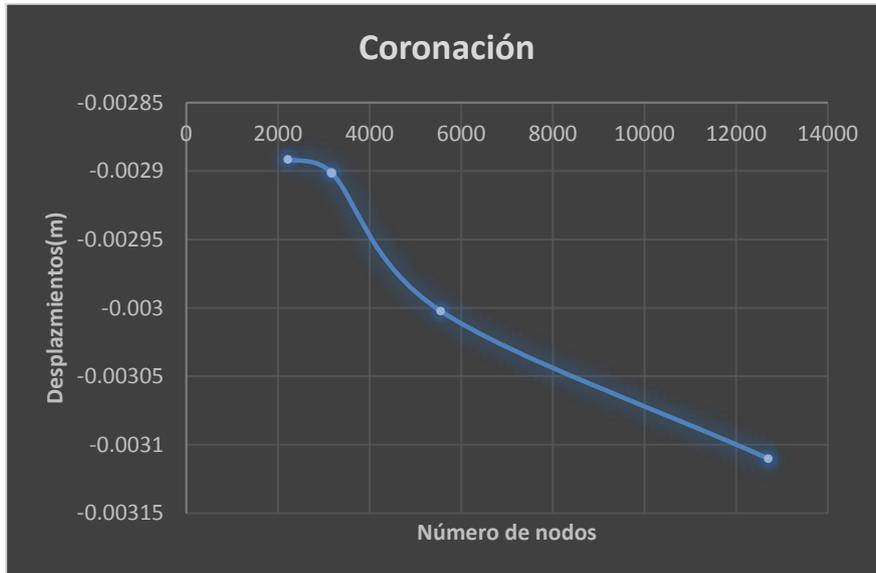


Figura 41. Convergencia de los desplazamientos en la coronación.

En caso del punto B, al tener concentración de esfuerzos se ha ido refinando la malla y hemos obtenido los siguientes resultados. Al no ser objeto de este estudio no se ha tenido en cuenta, sin embargo, se puede ver que tampoco sobrepasa el límite estipulado de 2MPa.

Malla	Punto B
	sigma I (MPa)
3	1.0099
2	1.15
1	1.334

2.9 consideraciones

El comportamiento estructural de la presa bajo las cargas estudiadas son totalmente las esperadas. El predominio de la compresión hace del hormigón un material adecuado para este tipo de superestructura. Ha hecho falta remarcar algún punto a estudiar como el contacto presa-terreno donde existen concentraciones de esfuerzos

Se observa que los desplazamientos de la coronación son mayores cuando se aplica la presión hidrostática que cuando solo actúa el peso propio.

Finalmente, decir que la teoría tridimensional se asemeja más a la realidad de parámetros que tenemos en el problema y por tanto podemos obtener resultados más precisos o vistos desde otro punto de vista que no hubiera proporcionado el 2D. Sin embargo, supone un coste computacional bastante alto, algo que no todos los ordenadores están diseñados a soportar.

PLACA L-74

La figura muestra una placa plana de hormigón armado sujeta a una carga uniformemente repartida y con las condiciones de apoyo indicadas.

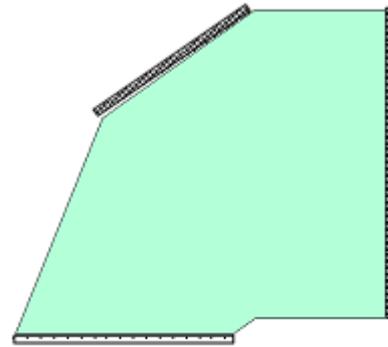
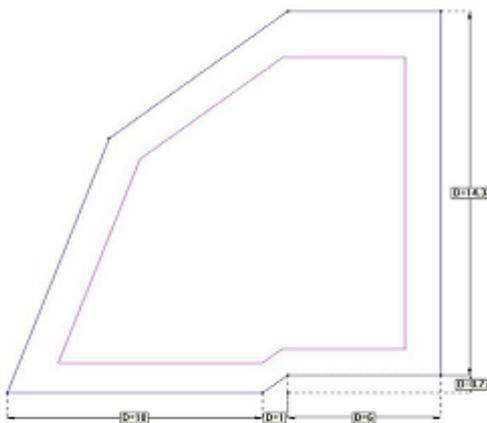
Calcule el valor máximo de la carga que satisface las restricciones que se indican.

- 1) Las tracciones máximas en cualquier punto no deben superar los 30 MPa
- 2) Las compresiones máximas en cualquier punto no deben superar los 30 MPa
- 3) Tomar los valores de E y ν de un hormigón estándar.
- 4) El espesor de la placa es de 0.20 m

Cargas actuantes:

- a) Peso propio
- b) Peso propio + carga uniforme.

Las dimensiones en metros de la placa:



 Empotramiento

 Simplemente apoyado

3. Aspectos teóricos del método de resolución

La teoría de placas se basa en simplificaciones de la elasticidad tridimensional. Se diferencian dos teorías: Kirchoff y Reissner-Mindlin.

La teoría de Kirchoff asume que las rectas normales al plano medio se mantienen ortogonales después de la deformada de dicho plano. Sin embargo, Reissner-Mindlin afirma que no tiene porque seguir siendo ortogonales después de la deformación.

En este informe se usará la teoría de Reissner-Mindling, pero con elementos que tenga en cuenta la hipótesis de Kirchoff (elementos DKT)

La expresión de Principio de Trabajos Virtuales para problemas de placas tiene la siguiente forma:

$$\iint_A [\delta \hat{\epsilon}_f^T \hat{\sigma}_f + \delta \hat{\epsilon}_c^T \hat{\sigma}_c] dA = \iint_A \delta u^T \mathbf{b} dA + \int_A \delta u^T \mathbf{t} dA + \sum_{i=1}^n \delta u_i^T p_i$$

Será resuelta por medio del método de Elementos Finitos.

4. Geometría

Para dibujar la geometría se ha utilizado el software GID donde se han introducido las dimensiones de la placa.

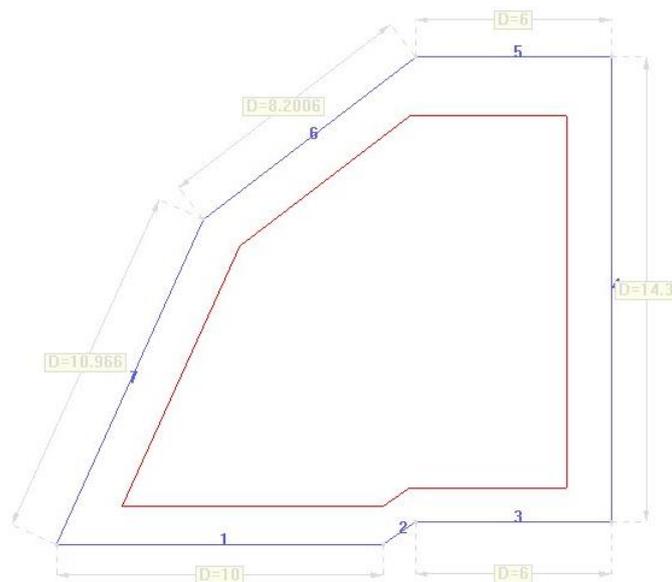


Figura 42 . Geometría de la placa

5. Condiciones de Contorno

Las condiciones de contorno impuestas en el problema se han aplicado en las líneas 1, 4 y 6 del contorno de la cuyas restricciones son las siguientes.

- Línea 4 y 6: Desplazamiento en dirección Z y giros en X e Y nulos. (Empotramiento)
- Línea 1: Desplazamiento en dirección Z nulo (Apoyado)

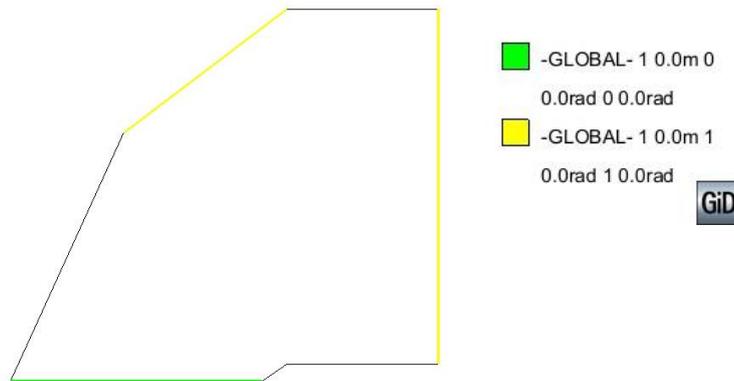


Figura 43 Restricción de movimientos

6. Material

La placa está hecha de un hormigón convencional. Por simplicidad, se han escogido los parámetros predeterminados por GiD.

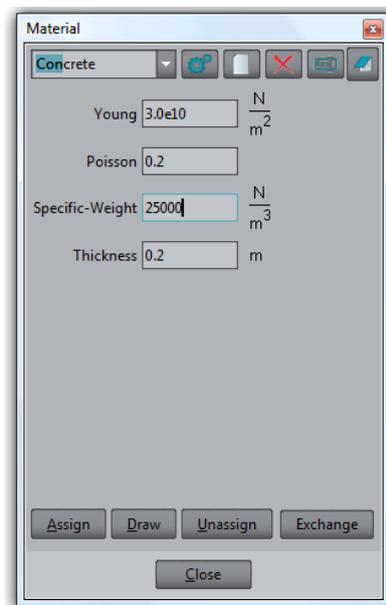


Figura 44. Hormigón a utilizar en la Placa

7. Tipo de problema

Se ha utilizado la aplicación RamSeries_2D/Plates para resolver el ejercicio de placas en el cual se incorporan las ecuaciones anteriormente descritas (apartado 3). En cuanto a las cargas se estudiarán dos casos:

- Peso Propio
- Peso propio y Carga Uniforme

8. Carga de Peso Propio

Se ha considerado únicamente el peso propio para comprobar que en ningún punto de la placa se supere los 30 MPa.

8.1 Discretización del modelo

Debido a que la placa cumple con la condición $H/L < 0,5$, se considera que es una placa delgada, por lo tanto, se ha generado una malla con un elemento DKT de tamaño 0,5m. A partir de aquí se ha refinado la malla poco a poco para conseguir la convergencia de los resultados.

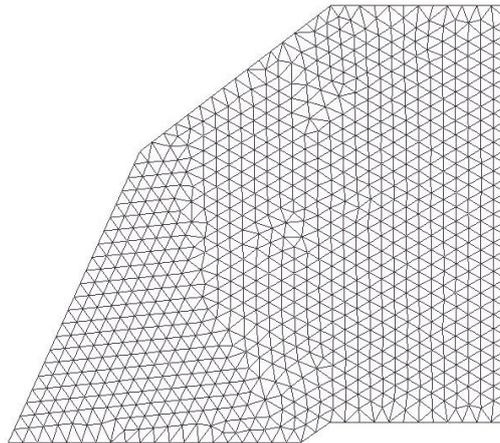


Figura 45. Discretización con malla de 0,5m

Una vez realizado el mallado, se ha procedido al cálculo de la estructura mediante el método de elementos finitos y refinamiento de diferentes mallas con el siguiente resultado.

8.2 Resultados

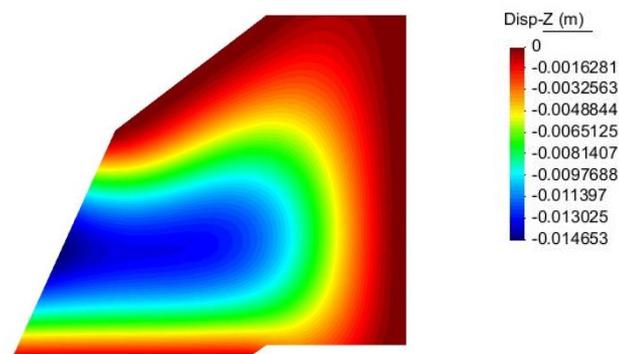


Figura 46. Desplazamientos Verticales (m)

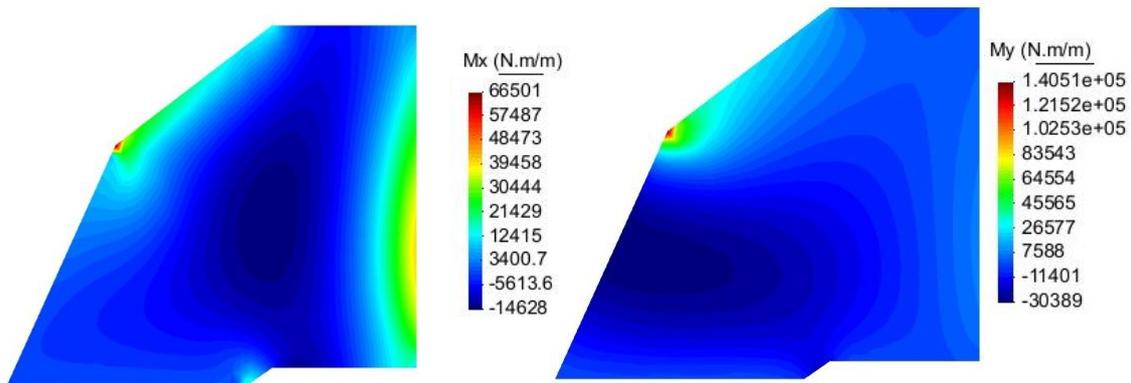


Figura 47 Distribución Mx y My (m)

Se puede apreciar en la figura 47 la presencia de concentración de esfuerzos.

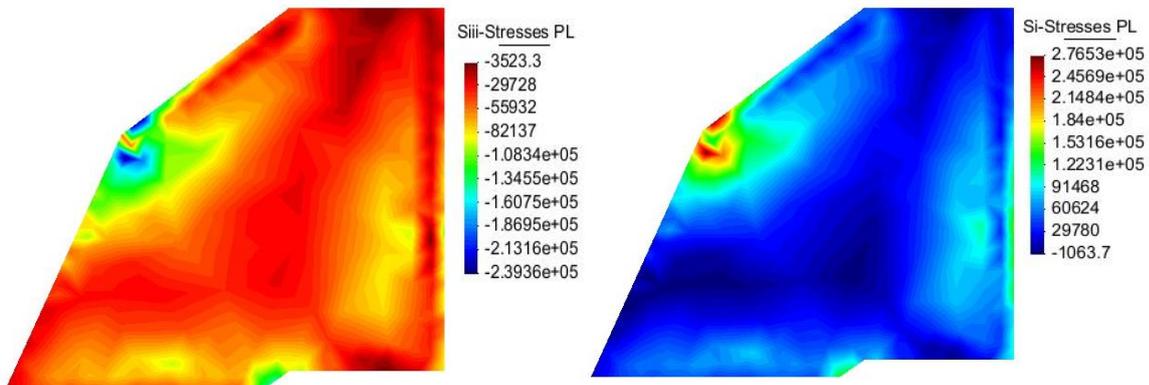


Figura 48 Distribución de tensiones principales (N/m2)

A partir de estas imágenes se puede observar que hay concentración de esfuerzos en la esquina de la placa y las tensiones obtenidas no superan el límite establecido de 30 MPa a pesar del fenómeno de concentración de tensiones, teniendo como única carga el peso propio.

8.3 Análisis de convergencia

Se ha analizado el desplazamiento del lado 7 libre de la placa para realizar un análisis de convergencia de la malla desde 0.5m a 0.1m.

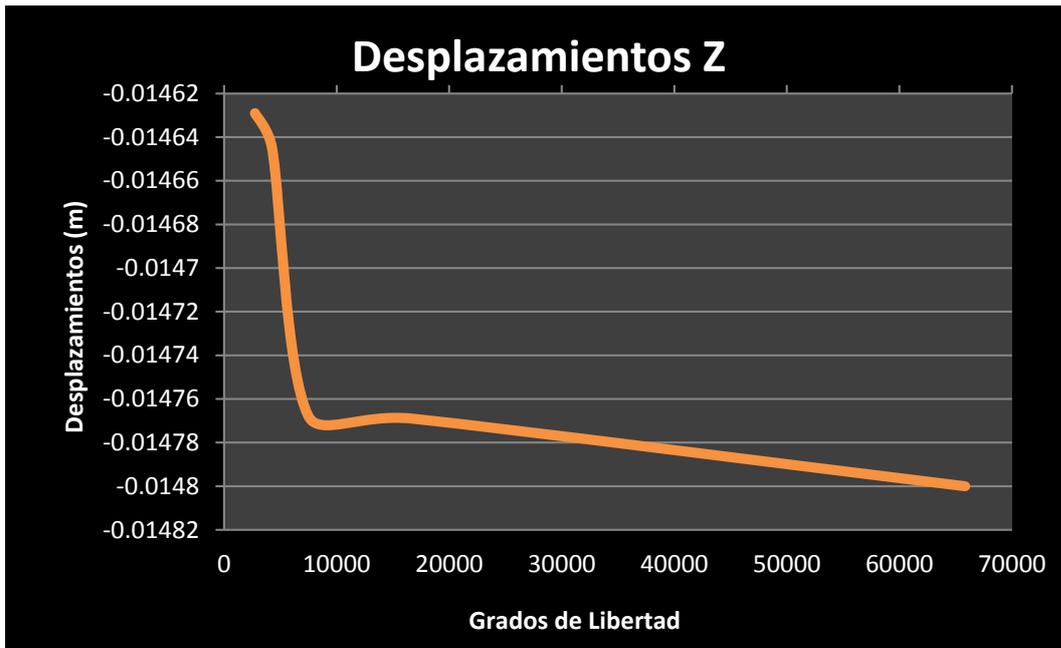


Figura 49. Convergencia de desplazamientos

Malla	GL	δZ (m)
0,5	2739	-0,014629
0,4	4257	-0,014645
0,3	7500	-0,014768
0,2	16716	-0,014769
0,1	65841	-0,0148

Vemos como los desplazamiento se van estabilizando a medida que se refina la malla.

9. Carga de Peso Propio y Carga Uniforme

En este apartado se ha de encontrar el valor de la carga "q" máxima que puede soportar la placa sin superar una tracción y compresión de 30 MPa en ninguno de sus puntos.

El primer paso a seguir sería probar diferentes cargas y observar los resultados, pero se puede ver que en la placa hay una zona conflictiva ya que hay una concentración de tensiones y aumenta con cada refinado de malla.

En este caso, el fenómeno de concentración de tensiones nos afectará significativamente a la hora de decidir qué carga será la adecuada, porque los resultados de estas serán muy elevados y se dispararán ya que dejarán de ser tensiones reales.

Por lo tanto, se ha de iterar con diferentes cargas y comprobar en cada una de ellas la restricción de tensiones especificada.

En cada caso de carga se ha hecho cortes de la sección para saber la tendencia de las tensiones principales, seguidamente se ha refinado a la malla y graficado los resultados. Luego se han superpuestos los resultados de diferentes tamaños de malla y se ha elegido el punto a partir del cual las trayectorias de tensiones dejaban de ser similares (empieza a dispararse). Dicho punto se considera como el correspondiente a la carga representativa y será la de referencia para cumplir con la restricción de 30 MPa.

q (N/m ²)	σ_I (MPa)	σ_{III} (MPa)
10000	0,82	-1,28
50000	3,3	-2,83
100000	9,04	-5,42
150000	9,45	-8,15
200000	12,65	-10,81
250000	15,56	-13,32
300000	18,7	-16,02
400000	25	21,49
450000	27,96	-24,07
470000	29,35	-25,22
500000	31,08	-26,81

En la tabla se muestra la iteración que se ha realizado y el consiguiente resultado de la posible carga representativa de 470 Kn/m²

El procedimiento de corte va desde el punto conflictivo es la mostrada a continuación. A partir de aquí se ha refinado y se ha comparado trayectorias para asegurarnos que la carga 470 KN/m² era la óptima.



Figura 50. Corte y Punto Conflictivo

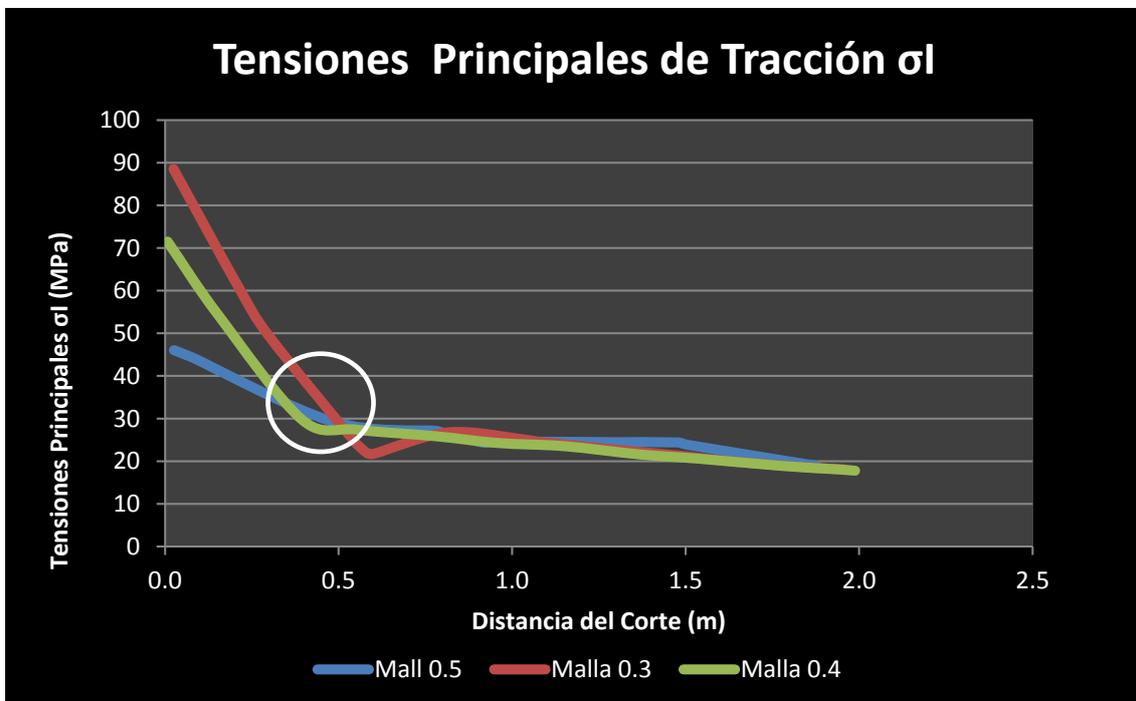


Figura 51. Trayectoria de tensiones principales

Se observa que las tensiones de tracción empiezan a dispararse a partir de 29,35 MPa y a una distancia de 0,5 m del punto conflictivo.

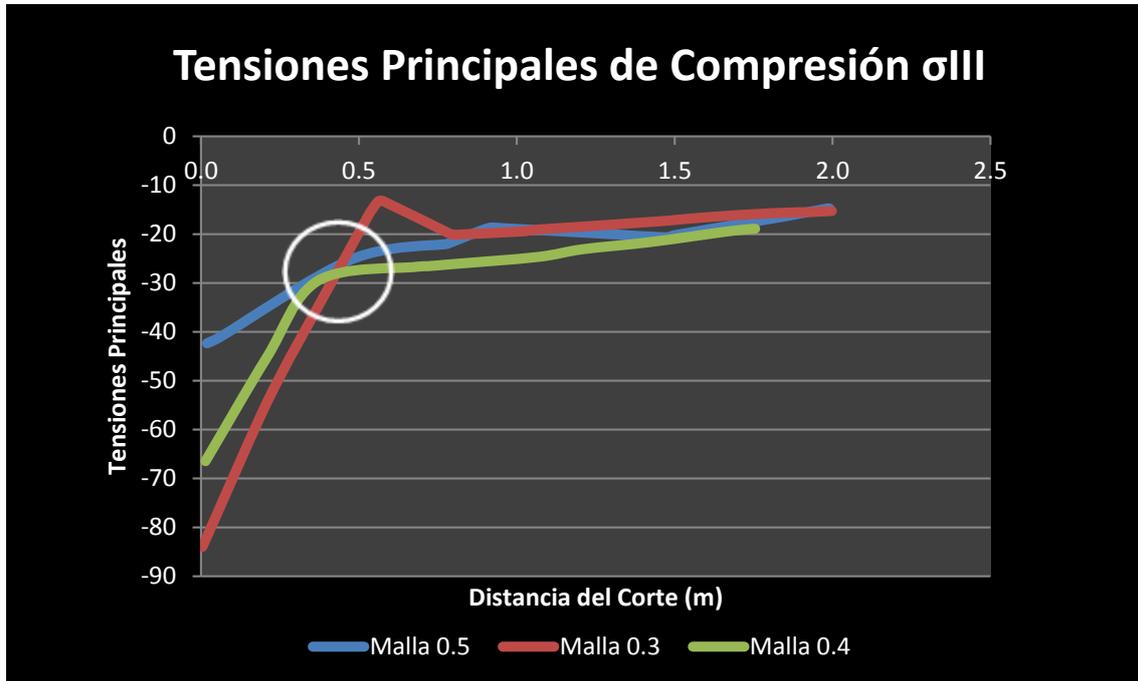


Figura 52. Trayectoria de tensiones principales

En la figura X, tenemos la misma situación, las tensiones de compresión empiezan a dispararse a partir de 25,22 MPa y comparte la misma posición que la tensión de tracciones, a 0,5m del punto conflictivo.

Finalmente, después de los resultados obtenidos, podemos considerar la carga de 470 Kn/m2 como carga representativa que cumple las restricciones de 30 MPa

9.1 Discretización del modelo

Una vez elegida la carga "q", se ha proseguido con el cálculo de la estructura. Para la discretización se han seguido los mismos pasos explicados en el apartado 8.1.

9.2 Resultados

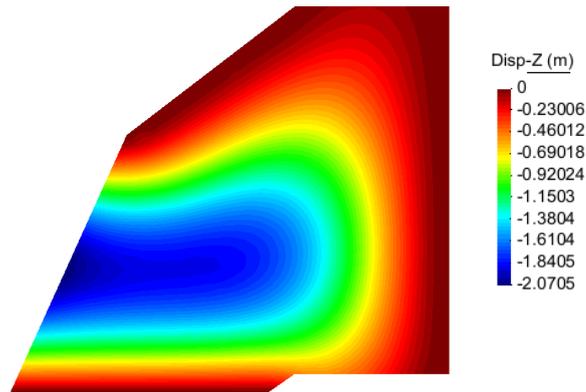


Figura 53. Desplazamientos verticales (m)

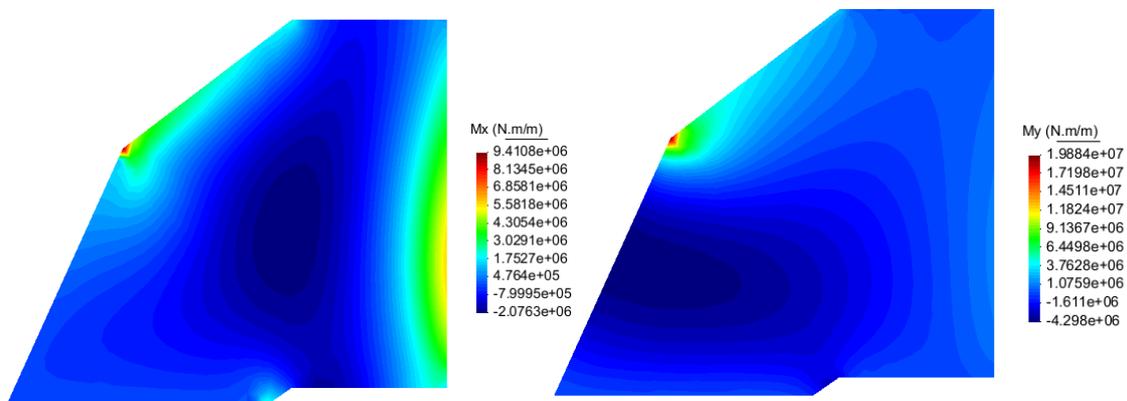


Figura 54. Distribución Mx y My en la placa

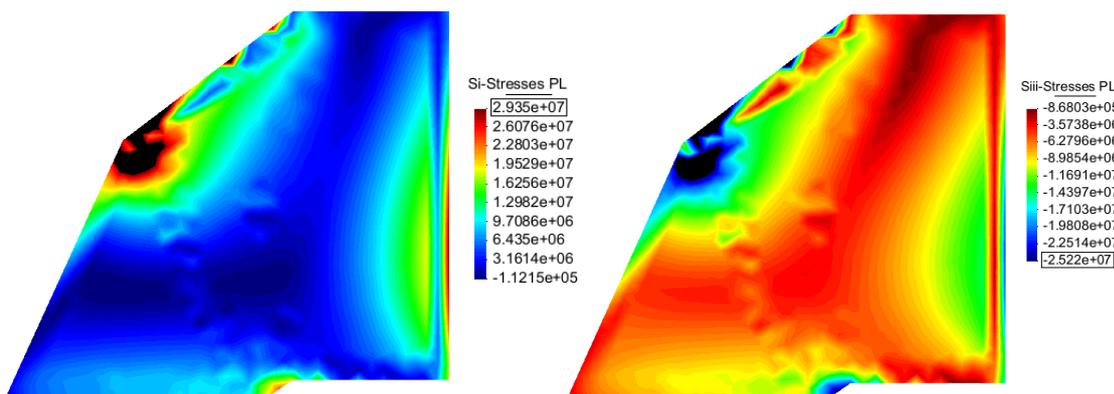


Figura 55. Distribución de tensiones principales (N/m²)

Podemos apreciar en la figura X que se han limitado las tensiones a sus valores correspondientes. De esta manera, se puede entender mejor la distribución real de tensiones a lo largo de la placa.

9.3 Análisis de convergencia

Se ha analizado el lado libre de la placa que es donde tendrá lugar la flecha mayor y se ha hecho un refinamiento de malla desde 10 m hasta 0,1 m.

Malla	GL	δZ (m)
10	72	-1,8468
5	72	-1,8525
1	702	-2,0334
0,5	2739	-2,0705
0,4	4257	-2,079
0,3	7500	-2,0888
0,2	16716	-2,0964
0,1	65841	-2,1022

Se puede observar que los desplazamientos se van estabilizando a medida que se refina la malla.

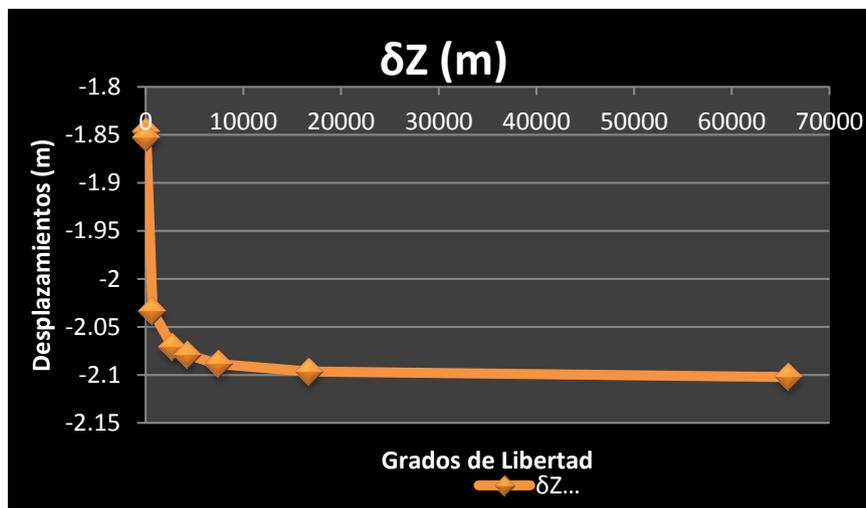


Figura 56. Convergencia de desplazamientos (m)

La convergencia de la flecha se estabiliza en un valor de 2,1 m.

En cuanto a la convergencia de las tensiones, se pueden apreciar claramente en los gráficos anteriores (figura 51 y 52)

10. Consideraciones

La placa se comporta principalmente a flexión y esto provoca altas tensiones en los empotramientos y sobretodo en el lado de apoyo libre donde se origina el fenómeno de concentración de tensiones que se ha de saber sortear con métodos de análisis diversos.

Los resultados de estos análisis cumplen con el objetivo de la práctica. Sin embargo, se ha de decir que éstos no son reales, porque el hormigón nunca aguantará 30 MPa de tracción ya que supondría la rotura de cualquier placa.