

INGENIERÍA DE ESTRUCTURAS: TRABAJO PRÁCTICO (SP-21)

Víctor Folqué Ceballos

47879470W

ÍNDICE

| | |
|--|----|
| 1. INTRODUCCIÓN | 3 |
| 2. DEFORMACIÓN PLANA..... | 4 |
| 2.1 GEOMETRÍA | 4 |
| 2.2 DEFINICIÓN DE MATERIALES Y CONDICIONES DE CONTORNO | 5 |
| 2.3 CARGAS APLICADAS | 5 |
| 2.4 GENERACIÓN DE MALLA..... | 6 |
| 2.5 POST-PROCESO | 7 |
| 3. SÓLIDO TRIDIMENSIONAL..... | 8 |
| 3.1 GEOMETRÍA | 8 |
| 3.2 DEFINICIÓN DE MATERIALES Y CONDICIONES DE CONTORNO | 8 |
| 3.3 CARGAS APLICADAS | 9 |
| 3.4 GENERACIÓN DE MALLA..... | 9 |
| 3.5 POST-PROCESO | 10 |
| 4. CONCEPTOS TEÓRICOS | 11 |
| 5. CONCLUSIONES | 12 |

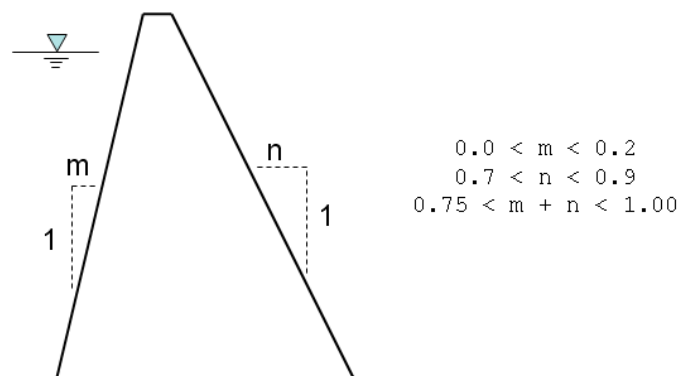
toda la longitud y están contenidas en planos ortogonales al eje que une los centros de gravedad de todas las secciones. Sabiendo esto podemos suponer que bastaría pero el enunciado nos exige el cálculo mediante la teoría del sólido tridimensional con el objetivo de comprobar que los resultados se verifican. Además, observando la geometría del terreno se puede prever que el uso de un modelo simplificado no sea el más adecuado.

El objetivo de la práctica por lo tanto, será que las tracciones máxima en cualquier punto de la presa no superen los 0,5 MPa.

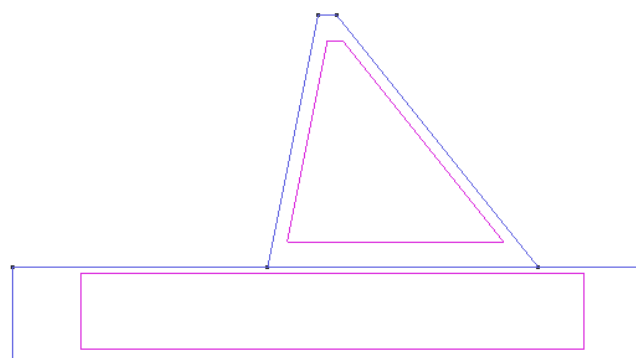
2. DEFORMACIÓN PLANA

2.1 GEOMETRÍA

La geometría de la presa en el caso bidimensional viene condicionada por la pendiente de los taludes aguas arriba y aguas abajo, tal y como se puede ver en la siguiente imagen:



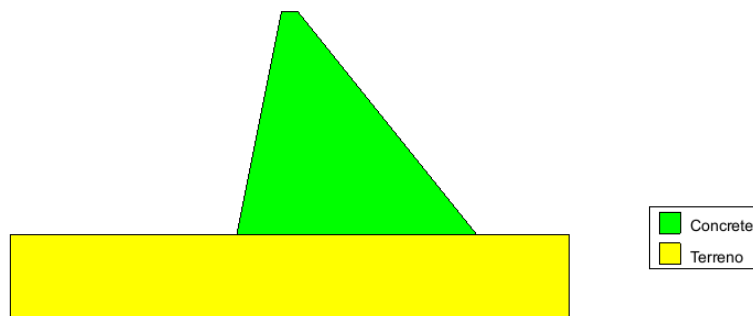
La elección de las pendientes vendrá condicionada por las tracciones máximas que se producen en la presa. En un primer tanteo se han considerado las pendientes máximas que nos proporcionarían una mejor optimización en el uso de materiales pero dados los valores de las tracciones se ha ido iterando con diferentes geometrías hasta hallar una que nos diera un equilibrio óptimo entre materiales utilizados y tensiones máximas. Así pues, finalmente se ha optado por una pendiente $m=0,2$ y una $n=0,8$.



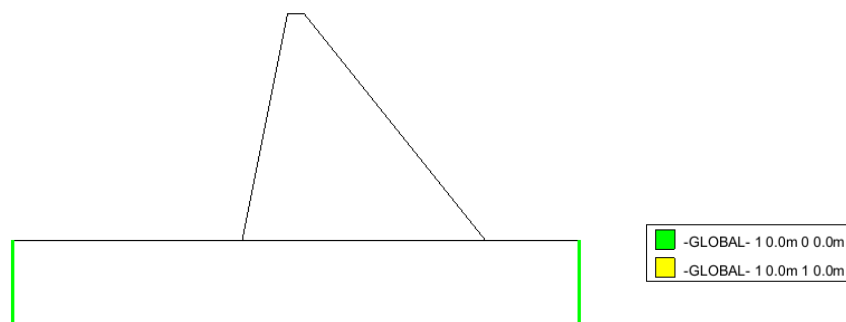
El resto de las dimensiones que quedan para definir la geometría están estipuladas en el enunciado (terreno de 200x30 m, una altura de presa de 80 m y un ancho de coronación de 6 m).

2.2 DEFINICIÓN DE MATERIALES Y CONDICIONES DE CONTORNO

Para la fabricación de la presa de gravedad se ha hecho uso de un hormigón con las propiedades mencionadas en el enunciado. Lo mismo sucede para el terreno.

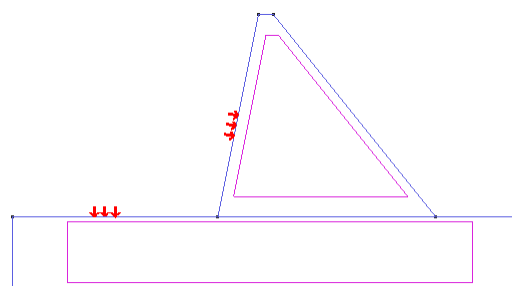


En cuanto a las condiciones de contorno la base del terreno vendrá empotrada mientras que en los límites laterales se impedirá el movimiento horizontal debido a que el terreno tiene continuidad en ambos lados.



2.3 CARGAS APLICADAS

En cuanto a las cargas existentes será imprescindible considerar el peso propio de la presa por sus dimensiones ya que condicionará mucho los resultados. El resto de cargas corresponderán al empuje hidrostático sobre la base del terreno y sobre el talud aguas arriba con una altura de 77 metros. Cabe decir que para imponer el empuje sobre el talud se hará uso de una carga lineal introduciendo en el GiD las coordenadas pertinentes.

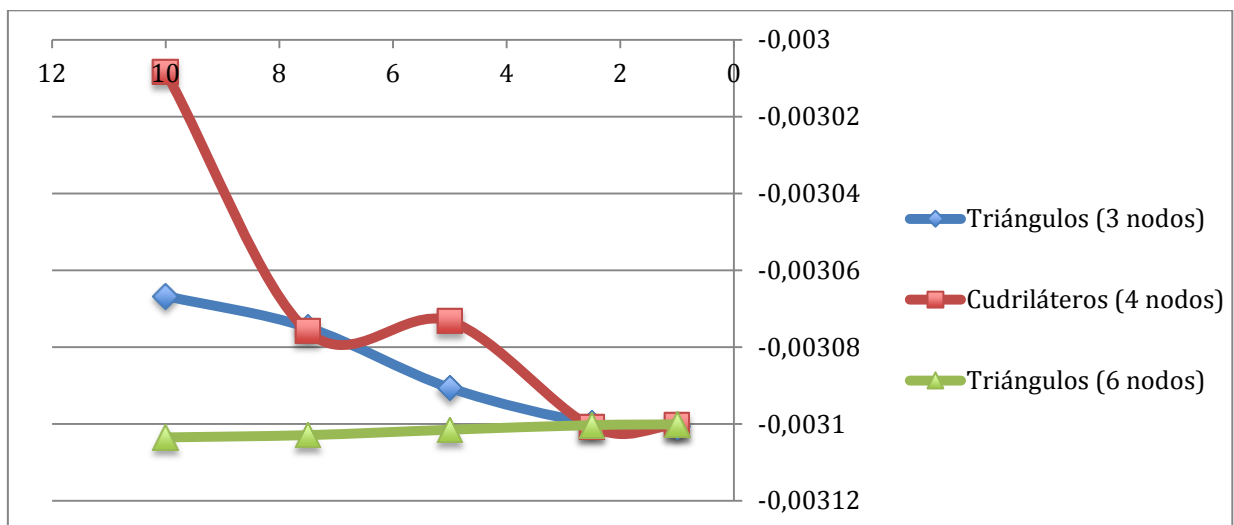


2.4 GENERACIÓN DE MALLA

A continuación se realizará un estudio de convergencia para determinar cuál es el elemento más adecuado para el cálculo definitivo de las tensiones y que por lo tanto nos minimizará el error. Por lo tanto, se han escogido elementos triangulares y cuadriláteros de tipo lineal y elementos triangulares de tipo cuadrático con el objetivo de medir el desplazamiento máximo que se produce en la presa. De esta manera tendremos:

| Tamaño del elemento | Desplazamiento máximo (m) | | |
|---------------------|---------------------------|-------------------------|-----------------------|
| | Elementos lineales | | Elementos cuadráticos |
| | Triángulos (3 nodos) | Cuadriláteros (4 nodos) | Triángulos (6 nodos) |
| 10 | -0,0030667 | -0,0030084 | -0,0031035 |
| 7,5 | -0,0030749 | -0,0030759 | -0,0031029 |
| 5 | -0,0030906 | -0,0030732 | -0,0031015 |
| 2,5 | -0,0030998 | -0,0031007 | -0,0031003 |
| 1 | -0,0031005 | -0,0031003 | -0,0031001 |

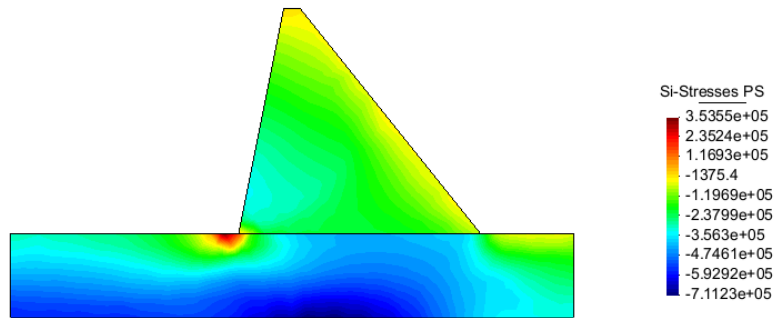
Gracias a los resultados extraídos gracias al programa GiD se ha podido generar la gráfica que buscábamos:



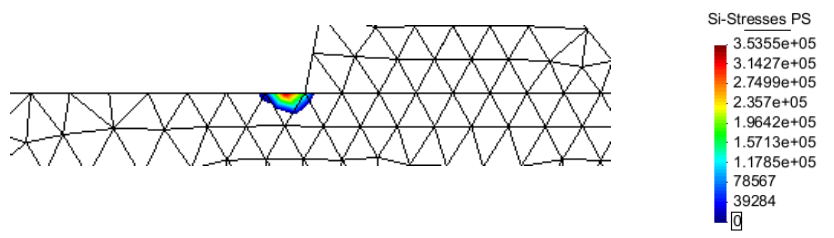
La gráfica muestra claramente como los elementos triangulares cuadráticos tienen un mejor comportamiento que los elementos de tipo lineal frente a este tipo de problemas. Pese a que con los tres elementos se llega prácticamente al mismo resultado se tendrá que refinar demasiado la malla para los elementos de tipo lineal. Si incidimos en el coste computacional, es cierto que con los triángulos de 6 nodos éste será más alto pero la exactitud de la solución prevalecerá ante este hecho.

2.5 POST-PROCESO

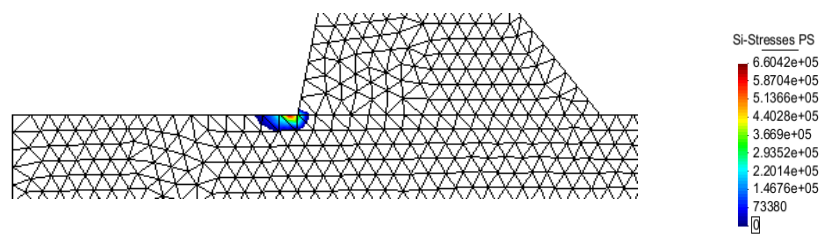
Finalmente ya sabemos qué tipo de elementos se va a utilizar por lo que se procederá al cálculo de las tracciones máximas que se producen en la presa. En una primera aproximación se ha hecho el cálculo en base a una malla de tamaño igual a 10 tal y como se puede ver en la siguiente figura:



En la imagen no se puede decir con seguridad si se producen o no tracciones en la presa por lo que mediante la opción de delimitar tensiones (mostrando solo las positivas) nos aseguraremos de ello.



Refinando un poco más la malla y haciendo uso de una de tamaño 5 y procediendo de la misma manera tendremos lo siguiente:

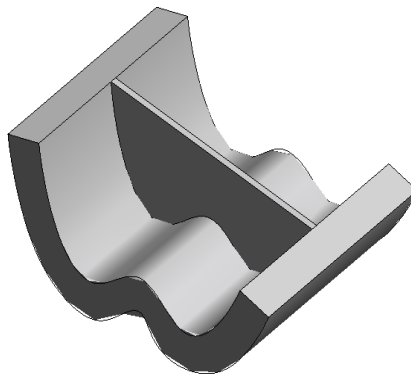


Se ve que hay una zona donde sí que existen tracciones en la presa pero no se superan los 0,5 MPa que exige el enunciado. De esta manera vemos como la geometría se considerará aceptable en cuanto a las restricciones impuestas y solo nos quedará comprobar que se cumple la restricción para el caso de la presa en 3D.

3. SÓLIDO TRIDIMENSIONAL

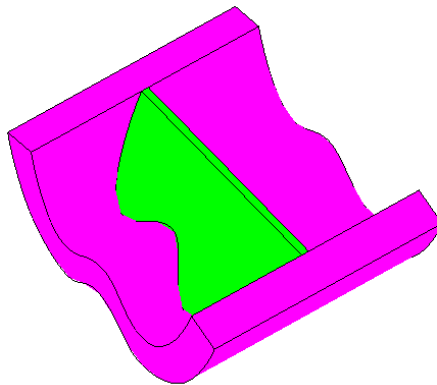
3.1 GEOMETRÍA

Para esta segunda parte del ejercicio el perfil del emplazamiento será determinante. Primero de todo se tendrá que dibujar la geometría del terreno y a continuación se encajará la presa en este mismo. Se verá que la presa sobresale del terreno (condición indispensable) y se realizará una intersección de superficies. Una vez llegados a este punto se eliminarán las superficies que no nos interesen y se generarán los volúmenes tanto de la presa como del terreno. Así pues, tendremos:

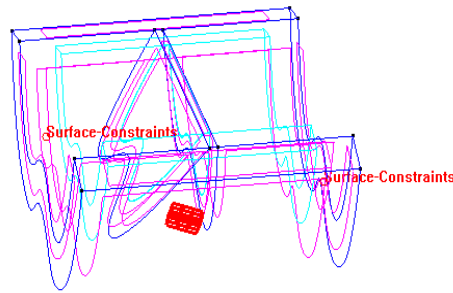


3.2 DEFINICIÓN DE MATERIALES Y CONDICIONES DE CONTORNO

Los materiales de la presa y el terrenos serán los mismos que en el caso bidimensional.

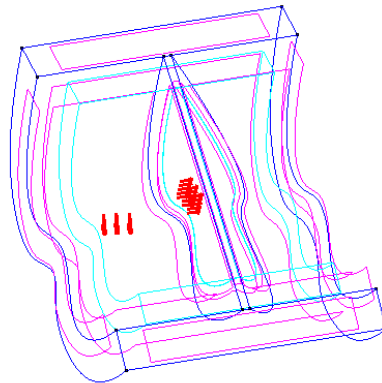


Para el caso tridimensional la única diferencia vendrá dada por el hecho que al existir una dimensión más tendremos que imponer una nueva restricción en la dirección longitudinal del eje pertinente.



3.3 CARGAS APLICADAS

Las cargas aplicadas también serán las mismas pero en este caso nos tendremos que preocupar por distribuirlas sobre superficies y no líneas. Se aplicarán por lo tanto dos cargas hidrostáticas.

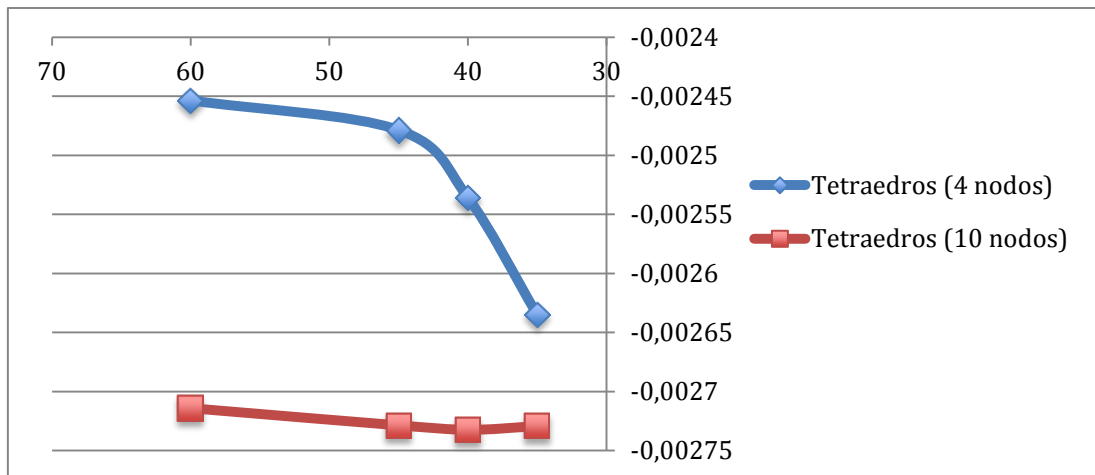


3.4 GENERACIÓN DE MALLA

Como en el caso bidimensional se realizará un estudio de convergencia para determinar cuál será el elemento adecuado para el cálculo de las tensiones. En este caso se hará uso de tetraedros tanto lineales (4 nodos) como cuadráticos (10 nodos). El tamaño de las mallas no podrá ser tan pequeño como nos gustaría debido al alto coste computacional. Además, no se hará uso de una malla no estructurada debido a las irregularidades que presenta el terreno. De esta manera tendremos:

| Tamaño del elemento | Desplazamiento máximo (m) | |
|---------------------|---------------------------|-----------------------|
| | Tetraedros (4 nodos) | Tetraedros (10 nodos) |
| 60 | -0,0024535 | -0,0027141 |
| 45 | -0,0024786 | -0,0027286 |
| 40 | -0,0025358 | -0,0027324 |
| 35 | -0,0026347 | -0,0027293 |

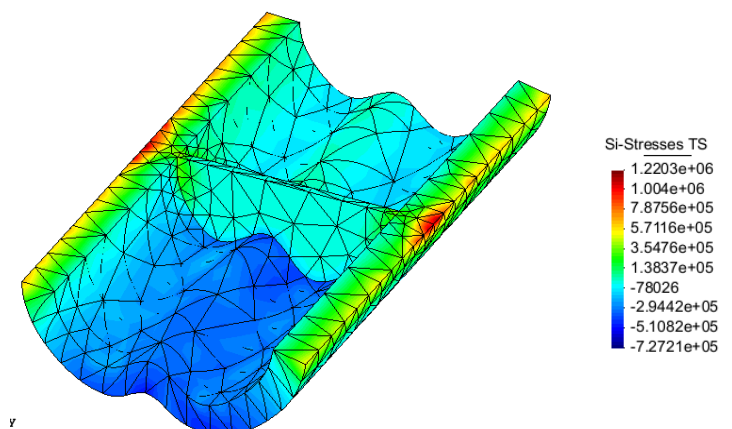
Gracias a los resultados extraídos mediante el programa GiD se ha podido generar la gráfica que buscábamos. Cabe decir que el programa no llega al resultado con la malla de 50, supuestamente porque no se adapta bien.



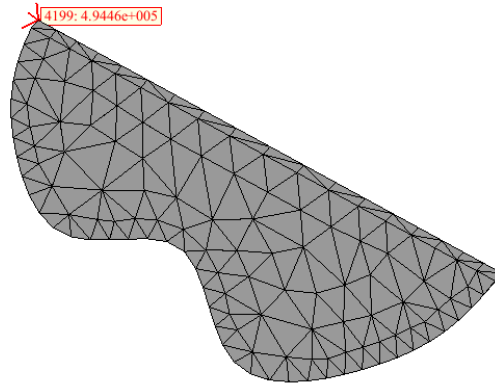
En la gráfica se observa claramente como los elementos cuadráticos se comportan mucho mejor y llegan a converger mientras que los elementos lineales presentan un comportamiento no uniforme. Los primeros presentan un coste computacional muy elevado y el ordenador no llega a ninguna solución para tamaños de malla menores de 35 pero pese a ello el error es mucho más pequeño. Los segundos, en contrapartida tienen un bajo coste computacional y se puede llegar a mallas bastante más pequeñas. Finalmente se pondrá por delante el tener un error menor y se hará uso de tetraedros cuadráticos (10 nodos).

3.5 POST-PROCESO

Finalmente, sabiendo que se utilizarán tetraedros de 10 nodos se calcularán las tracciones máximas generadas en la presa. Debido a que la malla de tamaño igual a 60 probablemente sea una malla demasiado grande y que la malla de 50 no se adapta bien a la presa se optará por usar la malla de tamaño igual a 40. Con esta malla las tensiones serán las siguientes:



En la imagen se ve como las tensiones máximas se dan en la zona empotrada entre la presa y el terreno. El límite de los 0,5 MPa se supera con holgura pero lo que hay que comprobar realmente son las tensiones que se dan únicamente en la presa. Procediendo como en el caso bidimensional tendremos:



Se observa como el valor de la tensión máxima que se da en la presa es inferior a los 0,5 MPa y que por lo tanto se ha optimizado al máximo el dimensionamiento de ésta. Cabe decir que finalmente se ha hecho uso de un desarrollo del terreno de 400 m para que la presa no absorba las tensiones del terreno.

4. CONCEPTOS TEÓRICOS

Se presentarán los conceptos que hay que conocer de la teoría de la elasticidad bidimensional para la utilización del método de los elementos finitos.

a) Campo de desplazamientos

Las características geométricas y de cargas de una estructura en estado de deformación plana permiten establecer a hipótesis de que todas las secciones perpendiculares al eje prismático z se deforman en su plano y de manera idéntica. Por tanto, el vector de desplazamientos de un punto se define como

$$u(x, y) = [u(x, y), v(x, y)]$$

b) Campo de deformaciones

En el caso de deformación plana se hace la hipótesis que la deformación longitudinal ε_z es nula. Así pues, el vector de desplazamientos significativos de un punto para tensión y deformación se define como:

$$\varepsilon = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z]^T$$

c) Campo de tensiones

Se deduce que las tensiones tangenciales τ_{xz} y τ_{yz} son nulas. Por otra parte, la tensión σ_z no trabaja y el vector de tensiones significativas es

$$\sigma = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z]^T$$

d) Expresión del Principio de los Trabajos Virtuales

Teniendo en cuenta las tensiones y deformaciones que contribuyen al trabajo virtual de la estructura, la expresión del PTV puede escribirse por

$$\iint_A \delta \varepsilon^T \sigma t dA = \iint_A \delta u^T b t dA + \oint_l \delta u^T t t ds + \sum_i \delta u_i^T q_i$$

En cuanto al problema de sólidos tridimensionales, éstos representan un mayor esfuerzo de cálculo por elementos finitos en comparación con los problemas de la teoría bidimensional. Dicha dificultad es inherente al tamaño del problema, que pasa de dos a tres dimensiones. Este aumento en una dimensión se refleja no únicamente en un considerable incremento del tiempo de cálculo, sino también en un esfuerzo mucho mayor en la preparación de datos e interpretación de resultados. Con todo esto desafortunadamente no se pueden hacer simplificaciones en cuanto al análisis por lo que tendremos: los 3 vectores de desplazamientos existentes, las 6 deformaciones y las 6 tensiones. Además el principio de trabajos virtuales se escribirá de la misma forma pero con integrales de volumen.

5. CONCLUSIONES

En este problema se ha presentado una de las combinaciones óptimas posibles para la resolución del problema de una presa de gravedad en cuanto a las tensiones expuestas por el enunciado. El cálculo mediante la teoría de sólidos tridimensional ha resultado ser más exacto debido a las irregularidades del terreno que complicaban la simplificación e implementación en 2D. Además, este modelo en tres dimensiones ha sido útil de cara a observar las tracciones que se producen en zona de coronación cerca de la unión entre la presa y el terreno, las cuales no pueden aparecer en la simplificación en dos dimensiones.

En cuanto a aspectos de rescoldo computacional se ha podido comprobar como los elementos cuadráticos se han comportado mejor, convergiendo con mayor rapidez. Sobrepondremos este factor al alto coste computacional que presentan estos elementos. Además, los elementos de tipo triangular tendrán mejor adaptabilidad a la forma de la presa que los cuadriláteros.

Finalmente, solo cabe comentar que la simplificación de la estructura a un caso 2D será de gran utilidad para obtener una primera aproximación de los resultados pero siempre será mejor hacer uso del cálculo en 3D con el objetivo de ajustarse más a la realidad.