

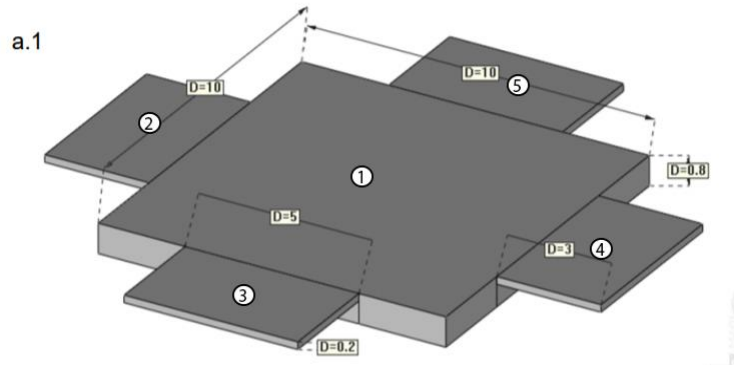
Nombre del estudiant: Rosa Eva González

Materia: Computational Structural Mechanics and Dynamics

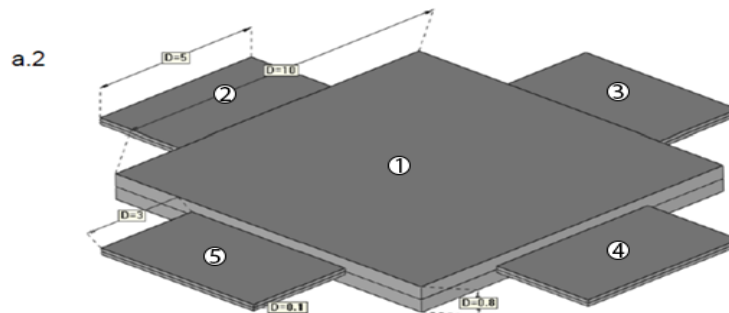
Fecha de entrega: 02/04/2018

Descripción: Deber 7

- a) Think first and answer later. What kind of strategy (theory, elements, integration rule, boundary conditions, etc) will you use for solving the following problems:

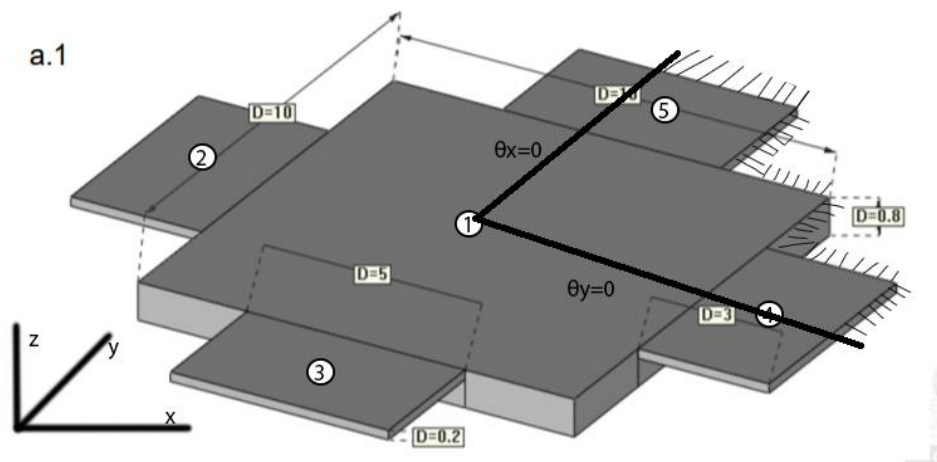


PLACA	e (m)	Dimensiones		Thickness/widht
		a (m)	b (m)	
1	0.8	10	10	0.080
2	0.2	5	3	0.067
3	0.2	5	3	0.067
4	0.2	5	3	0.067
5	0.2	5	3	0.067



PLACA	e (m)	Dimensiones		Thickness/widht
		a (m)	b (m)	
1	0.8	10	10	0.080
2	0.1	5	3	0.033
3	0.1	5	3	0.033
4	0.1	5	3	0.033
5	0.1	5	3	0.033

La relación de espesor y dimensiones es menor a 0.10, en ambos casos, es factible utilizar la teoría clásica de Kirchoff, la cual es la equivalente a la teoría de Bernoulli de vigas. Los elementos serán rectangulares, con lo suficiente número de elementos para la convergencia de resultados, utilizando la integración de elementos rectangulares de MZC (Melosh, Zienkiewicz y Cheung). Al utilizar esta teoría solo hay grados de libertad en el plano vertical, y giro en los ejes en el plano del elemento. La restricción se muestra en el esquema siguiente considerando que las cargas son simétricas en todo el elemento, las condiciones de borde pueden ser empotrados ( $\theta_y, \theta_x, w=0$ ), simplemente apoyados débiles ( $w=0$ ) o fuertes ( $\theta_y, w=0$ ), que se muestran con líneas en el borde según sea el caso:



b) Define and verify a patch test mesh for the MCZ element.

Elemento MCZ:

$$\begin{Bmatrix} w \\ \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{Bmatrix}_3 \quad (e)$$

Melosh,  
Zienkiewicz and  
Cheung

$$\xi = \frac{x-x_0}{a}$$

$$\eta = \frac{y-y_0}{b}$$

$$w = \sum_{i=1}^4 \left[ N_i w_i + \bar{N}_i \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)_i + \bar{\bar{N}}_i \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)_i \right] \begin{cases} N_i = (1+\xi_i\xi)(1+\eta_i\eta)(2+\xi_i\xi+\eta_i\eta-\xi_i^2-\eta_i^2)/8 \\ \bar{N}_i = a(\xi_i^2-1)(\xi_i+\xi_0)(1+\eta_i\eta)/8 \\ \bar{\bar{N}}_i = b(\eta_i^2-1)(\eta_i+\eta_0)(1+\xi_i\xi)/8 \end{cases}$$

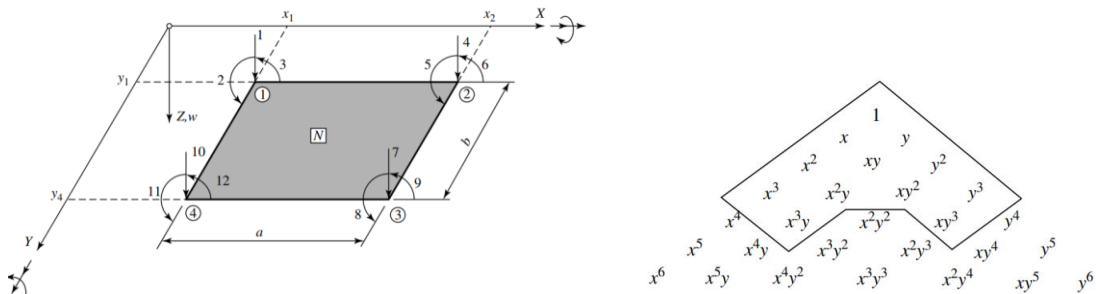
Node	( $\xi, \eta$ )	$N_i$	$\bar{N}_i$	$\bar{\bar{N}}_i$
1	(-1,-1)	$\frac{1}{8} (1-\xi) (1-\eta) (2-\xi-\eta-\xi^2-\eta^2)$	$\frac{1}{8} a (\xi^2-1) (\xi-1) (1-\eta)$	$\frac{1}{8} b (\eta^2-1) (\eta-1) (1-\xi)$
2	(1,-1)	$\frac{1}{8} (1+\xi) (1-\eta) (2+\xi-\eta-\xi^2-\eta^2)$	$\frac{1}{8} a (\xi^2-1) (\xi+1) (1-\eta)$	$\frac{1}{8} b (\eta^2-1) (\eta-1) (\xi+1)$
3	(1,1)	$\frac{1}{8} (1+\xi) (1+\eta) (2+\xi+\eta-\xi^2-\eta^2)$	$\frac{1}{8} a (\xi^2-1) (\xi+1) (1+\eta)$	$\frac{1}{8} b (\eta^2-1) (1+\eta) (\xi+1)$
4	(-1,1)	$\frac{1}{8} (1-\xi) (1+\eta) (2-\xi+\eta-\xi^2-\eta^2)$	$\frac{1}{8} a (\xi^2-1) (\xi-1) (1+\eta)$	$\frac{1}{8} b (\eta^2-1) (1+\eta) (1-\xi)$

Node	$\frac{\partial^2 N_i}{\partial \xi^2}$	$\frac{\partial^2 N_i}{\partial \eta^2}$	$\frac{\partial^2 N_i}{\partial \eta \partial \xi}$
1	$\frac{3}{4} \xi - \frac{3}{4} \eta \xi$	$\frac{3}{4} \eta - \frac{3}{4} \eta \xi$	$\frac{1}{2} - \frac{3}{8} \xi^2 - \frac{3}{8} \eta^2$
2	$-\frac{3}{4} \xi + \frac{3}{4} \eta \xi$	$\frac{3}{4} \eta + \frac{3}{4} \eta \xi$	$-\frac{1}{2} + \frac{3}{8} \xi^2 + \frac{3}{8} \eta^2$
3	$-\frac{3}{4} \xi - \frac{3}{4} \eta \xi$	$-\frac{3}{4} \eta - \frac{3}{4} \eta \xi$	$\frac{1}{2} - \frac{3}{8} \xi^2 - \frac{3}{8} \eta^2$
4	$\frac{3}{4} \xi + \frac{3}{4} \eta \xi$	$-\frac{3}{4} \eta + \frac{3}{4} \eta \xi$	$-\frac{1}{2} + \frac{3}{8} \xi^2 + \frac{3}{8} \eta^2$

Node	$\frac{\partial^2 \bar{N}_i}{\partial \xi^2}$	$\frac{\partial^2 \bar{N}_i}{\partial \eta^2}$	$\frac{\partial^2 \bar{N}_i}{\partial \eta \partial \xi}$
1	$\frac{3}{4} a \xi - \frac{3}{4} a \xi \eta - \frac{1}{4} a + \frac{1}{4} a \eta$	0	$-\frac{3}{8} a \xi^2 + \frac{1}{4} a \xi + \frac{1}{8} a$
2	$\frac{3}{4} a \xi - \frac{3}{4} a \xi \eta + \frac{1}{4} a - \frac{1}{4} a \eta$	0	$-\frac{3}{8} a \xi^2 - \frac{1}{4} a \xi + \frac{1}{8} a$
3	$\frac{3}{4} a \xi + \frac{3}{4} a \xi \eta + \frac{1}{4} a + \frac{1}{4} a \eta$	0	$\frac{3}{8} a \xi^2 + \frac{1}{4} a \xi - \frac{1}{8} a$
4	$\frac{3}{4} a \xi + \frac{3}{4} a \xi \eta - \frac{1}{4} a - \frac{1}{4} a \eta$	0	$\frac{3}{8} a \xi^2 - \frac{1}{4} a \xi - \frac{1}{8} a$

Node	$\frac{\partial^2 \bar{\bar{N}}_i}{\partial \xi^2}$	$\frac{\partial^2 \bar{\bar{N}}_i}{\partial \eta^2}$	$\frac{\partial^2 \bar{\bar{N}}_i}{\partial \eta \partial \xi}$
1	0	$\frac{3}{4} b \eta - \frac{3}{4} b \eta \xi - \frac{1}{4} b + \frac{1}{4} b \xi$	$-\frac{3}{8} b \eta^2 + \frac{1}{4} b \eta + \frac{1}{8} b$
2	0	$\frac{3}{4} b \eta \xi + \frac{3}{4} b \eta - \frac{1}{4} b \xi - \frac{1}{4} b$	$\frac{3}{8} b \eta^2 - \frac{1}{4} b \eta - \frac{1}{8} b$
3	0	$\frac{1}{4} b \xi + \frac{1}{4} b + \frac{3}{4} b \eta \xi + \frac{3}{4} b \eta$	$\frac{1}{4} b \eta + \frac{3}{8} b \eta^2 - \frac{1}{8} b$
4	0	$\frac{1}{4} b - \frac{1}{4} b \xi + \frac{3}{4} b \eta - \frac{3}{4} b \eta \xi$	$-\frac{1}{4} b \eta - \frac{3}{8} b \eta^2 + \frac{1}{8} b$

Cuando se deriva las funciones no son conformes, aunque eso no evita que dé resultados satisfactorios, la razón son ya que se garantiza el movimiento de cuerpo rígido y estados de deformaciones de curvatura constante con  $(1, x, y, x^2, y^2, xy)$ . Los coeficientes  $(x^3y, xy^3)$  de cuarta orden gobiernan la ecuación diferencial del elemento cuando a y b se acercan a 0.



El elemento es no conforme, y existe discontinuidad en ciertos puntos del elemento en los factores de forma, que ocurren en los bordes adyacentes.